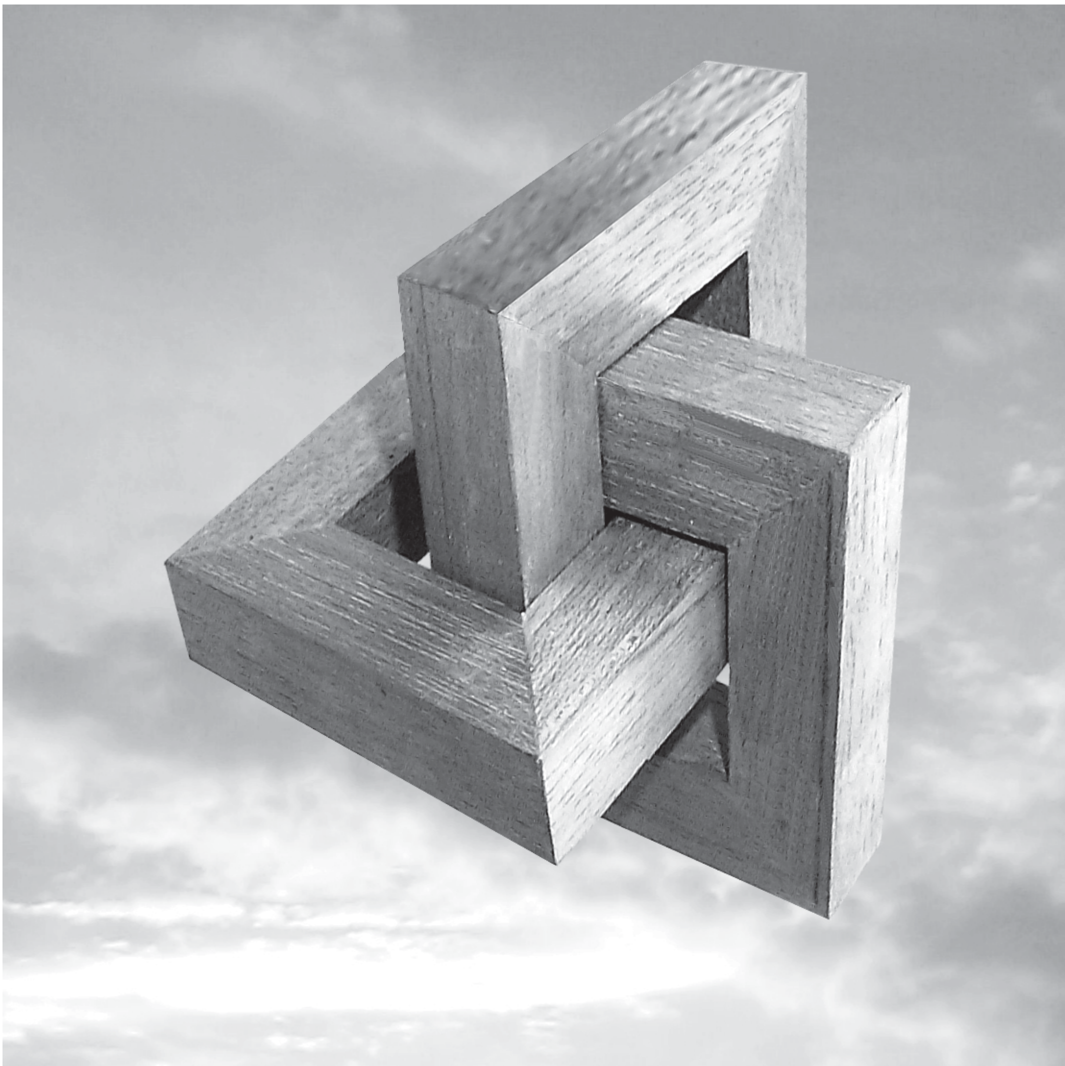
ARTHESIS

jaargang 20, nummer 1



een uitgave van de Stichting Ars et Mathesis

inhoud

ARTHESIS

jaargang 20 nummer 1 - februari/maart 2006

Arthesis is een uitgave van de Stichting Ars et Mathesis en wordt gratis toegezonden aan de donateurs van de Stichting. Losse nummers: € 3,50 (bestelwijze: zie kader op pag. 19).

omslag knoop Koos Verhoeff, montage Ineke Lambers

redactie Bart Heukelom
Rinus Roelofs
Ineke Lambers (vormgeving)

redactie-adres Bart Heukelom
Alexanderstraat 18
4191 GB Geldermalsen
email: b.heukelom@wxs.nl

inzenden kopij
Bij voorkeur in digitale vorm: tekst als WP- of Word-bestand; illustraties in de vorm van een goede foto of duidelijke tekening (indien mogelijk het origineel, liever geen scan of fotokopie), of digitaal aangemaakt (vectortekening in CDR of AI format; bitmaps als JPG of Tiff bestand en in voldoende hoge resolutie).

Yellow Fellow

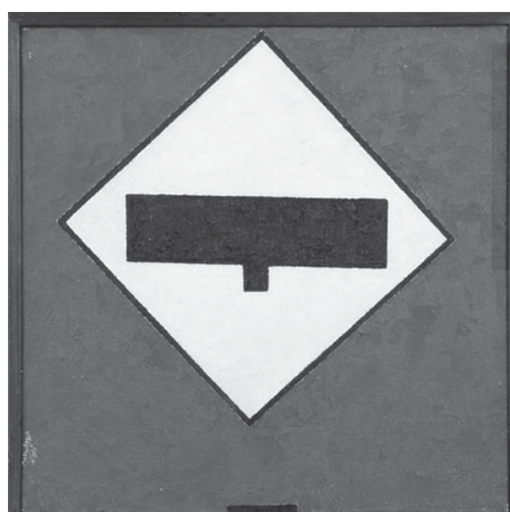
inleiding

In het kader van culturele manifestaties in Gorinchem afgelopen zomer bezochten we een tentoonstelling in de Martinuskerk in Woudrichem. De expositie bevatte onder andere werk van de Amerikaan Nassos Daphnis (die wat zijn werk betreft dicht in de buurt van Mondriaan zit) en een aantal tekeningen over "cirkel, driehoek en vierkant" afkomstig uit het project "de Genesis van de vorm" dat ooit door kunstenaar Mark Verstockt was gestart: deze had aan collega's over de gehele wereld gevraagd een tekening te maken over deze basiselementen van de geometrie. Het werk van Mark Verstockt bevat dan ook veel geometrische aspecten. Bij ons bezoek bleek dat de tentoongestelde werken in de Martinuskerk slechts een deel zijn van een veel grotere verzameling, aangelegd door Jan Verhoeven. Een aanleiding dus om eens met Jan Verhoeven te gaan praten.

de stichting Yellow Fellow

Jan Verhoeven en zijn partner *Menna Kruiswijk* wonen in het voormalige politiebureau van Woudrichem met een prachtig uitzicht op de plaats waar Maas en Waal bij elkaar komen, een strategisch punt in het Hollandse landschap dat ook al eeuwen vanuit slot Loevestein in de gaten kon worden gehouden. In hun pand hebben zij op een kunstige manier een aantal werken uit een verzameling van 350 werken (van meer dan 40 kunstenaars) tentoongesteld.
Doel is echter de gehele verzameling van *"abstract expressionisme"* en *"geometrische abstractie"* bijeen te houden en ten toon te stellen in een passender behuizing die meer recht doet aan de afzonderlijke werken en die door de aangename en constructieve sfeer ook gebruikt kan worden voor educatieve doeleinden, workshops, trainingen, brainstormsessies e.d. Hiervoor is een stichting in het leven geroepen.
Een imposant werk in de collectie is van *Erik van der Grijn* (1941): een doek van ongeveer 2 bij 4 meter dat binnenkort op de website van de stichting getoond zal worden. De bijnaam van deze schilder, die graag met cadmiumgeel werkt, heeft geleid tot de naam van de stichting: Yellow Fellow. Erik van der Grijn vertegenwoordigt namelijk de twee genoemde stromingen binnen deze collectie kunstwerken.

Erik van der Grijn - 'Kilcock' (1964), olie op linnen



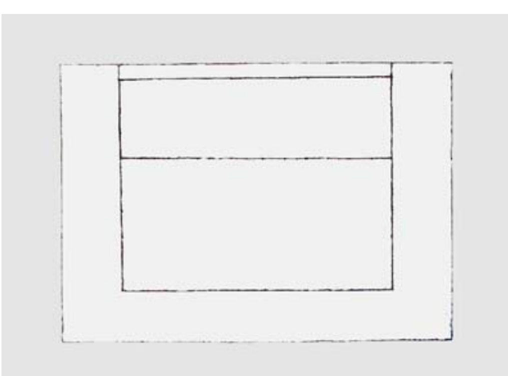
Er zijn inmiddels vergevorderde plannen om in het nieuwe voormalige politiebureau van Woudrichem (aan de andere kant van het stadje) een museum op te richten voor abstracte kunst dat dan enig in zijn soort zal zijn in ons land.

abstract expressionisme en geometrische abstracte kunst - Seymour Boardman

Direct bij binnenkomst in het pand te Woudrichem zien we een werk hangen van *Seymour Boardman* (1921, New York) waarin een wiskundige onmiddellijk rechthoeken zal zien maar dat als commentaar van de bezitter meekreeg "Ik vind het zo mooi vanwege de kunst van het weglaten". En inderdaad ontstaat het werk doordat er op een leeg doek slechts enkele lijnen zijn geschilderd, rechte lijnen, niet door middel van een liniaal getrokken maar uit de hand: gezien de oppervlakte van het doek zal dat toch de nodige vaardigheid en handvastheid gevergd hebben.

Seymour Boardman heeft vele werken op zijn naam staan. Van hem wordt geschreven: "Wanneer een schilder het 'hoe' van schilderen doorgrond heeft, wat met verf mogelijk is, wat een schilderij teweeg kan brengen en hoe het oog ziet, ontbreekt nog een ding. De kunstenaar moet zijn persoonlijke gevoeligheid doorgronden om te weten hoe hij schilderen moet ... deze uitdaging is Seymour Boardman aangegaan" (citaat van kunstschilder Robert Ryman).

Seymour Boardman - zonder titel (1977), olie op linnen



Lopend langs de tentoongestelde werken zien we meer werken van Seymour Boardman. In sommige gevallen kon men wel degelijk wiskundige patronen zien en bij andere werken was het herkennen van wiskunde ons te moeilijk. Seymour Boardman geeft zelf als commentaar op zijn eigen werk: "In de jaren 40 introduceerde ik een raster als basisstructuur voor mijn werk. De schilderijen waren semi-abstract met een figuratief element en in de jaren vijftig bedekte ik het oppervlak met een raster en begon daarna met een proces van elimineren en simplificeren, totdat een inhoudsvol beeld ontstond. Ik gebruikte weinig kleur, meestal zwart, grijs en bruin."

Naast Erik van der Grijn zou men ook Seymour Boardman kunnen zien als een kunstenaar die beide stromingen van deze verzameling iets te bieden heeft. Seymour Boardman zien we gebruik maken van technieken die in de wiskunde ook wel aan de orde komen, maar het is de vraag in hoeverre hij daarin ook een uitdrukkingsmiddel zag. Het gebruik van de wiskunde zien we beter tot uitdrukking komen bij kunstenaars die men echt wil rekenen tot de deelverzameling "geometrische abstracte kunst".

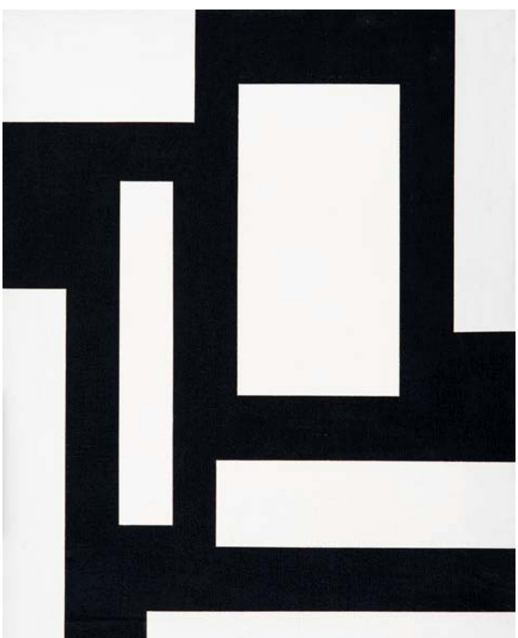
geometrische abstracte kunst

Het gemeenschappelijke van deze geometrische abstracte kunst in de werken binnen de verzameling van Jan Verhoeven is het duidelijk gebruik van wiskundige principes, waarbij de reden voor een bepaalde wiskundige keuze telkens weer anders kan liggen. We geven enkele namen van kunstenaars binnen deze collectie die wiskunde in hun kunst verweven: *Enric Adsera Riba, Charles Bézie, Nieves Marshalek Billmyer, Nassos Daphnis, Gilbert Decock, Jaap Egmond, Ger de Jode, Antonia Lambele, Clement Maedmore, Luc Peire, Henk van Putten, Andreas Rhein, Mark Verstockt.* We willen het werk van drie kunstenaars iets meer toelichten, namelijk van *Nasso Daphnis*, *Jaap Egmond* en *Mark Verstockt*. (Op de website van de stichting kan men ook enkele werken afgebeeld zien).

Nassos Daphnis

Nassos Daphnis (1914) begint in de jaren vijftig van de vorige eeuw met het maken van geometrische schilderijen.

Nassos Daphnis - 'N.H. 15' (1953), olie op doek

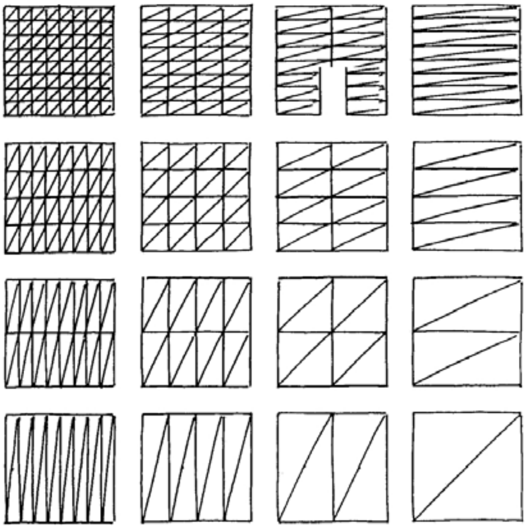


Werkend aan zijn schilderijen doet hij de nodige ervaringen op die hij omzet in nieuwe ideeën, als een soort ontdekkingsreiziger. "Ik probeerde niet alleen de ervaringen te verwerken, maar ook het achterliggende onder de oppervlakte vandaan zichtbaar te maken … Mondriaan werkte met een minimum aan mogelijkheden, de primaire kleuren en zwart en wit; ik was benieuwd waarom en wilde weten wat hij ermee wilde bereiken."

Dit proces inspireert hem tot een aantal werken die zeker aan Mondriaan doen denken maar die eigenlijk een stapje verder gaan omdat Nasso Daphnis door kleurgebruik ook een diepte in zijn schilderwerken wil aanbrengen. Nasso Daphnis zegt daar zelf over: "Wanneer de kleur zeer intens is komt die naar voren, omdat je de kleur visueel noch esthetisch binnen kunt dringen … op deze manier begon ik kleuren te rangschikken op basis van hun intensiteit ... naar wit dat oneindig is …" .

Jaap Egmond

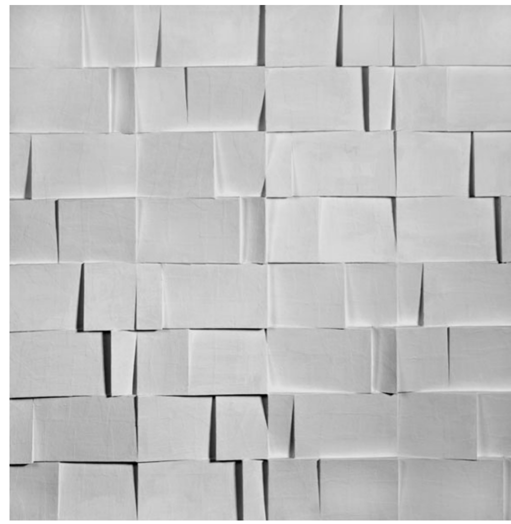
Jaap Egmond (1913-1997) ging bij zijn werk uit van een theoretische en wiskundige basis. We citeren uit het plan van aanpak van de stichting Yellow Fellow: "... leven als geometrisch abstract kunstenaar waarbij hij vier technieken prachtig beheerste: papier-maché reliëfs, schilderijen op doek, roestvrij staal reliëfs en beeldhouwwerken in roestvrij staal, en natuurlijk tekenen. Egmond is een constructivist die vooral theoretisch te werk is gegaan. Zijn complexe kunstwerken zijn volgens mathematische wetten en wiskundige formules opgebouwd. De overweging van Egmond was dat vormen in de beeldende kunst aan dezelfde wetten zijn onderworpen als in de natuur".



kopie van bladzij uit schetsboek van Jaap Egmond

De hierboven afgebeelde pagina uit een schetsboek van Jaap Egmond toont 16 vierkanten die van rechts onder naar links boven toe steeds meer door diagonalen gevuld worden. Het is een voorbeeld uit zijn ontwerp-schetsboek: hij zal rechtsonder begonnen zijn met een schets wetend dat hij via twee routes links boven kan uitkomen. Dergelijke schetsen zijn verder ontwikkeld tot werk zoals hier afgebeeld in de rechterkolom, maar ook tot een ontwerp van het metrostation de Marne in Amstelveen.

In een toelichting op zijn papier reliëfs schrijft Jaap Egmond: “Het lijnenspel komt tot stand door een meetkundig geconstrueerde opbouw, bij een gecompliceerder werk door een wiskundig programma. Bij het bepalen van formules en constructies heeft iemand van mijn generatie uiteindelijk wel het bereiken van een esthetisch evenwicht op het oog. Kleur speelt in mijn werk geen enkele rol, omdat die volgens mij niets met de essentie van de vorm heeft te maken; de tonaliteit, de graad waarin een oppervlak het licht weerkaatst of absorbeert, is wel van wezenlijk belang”.

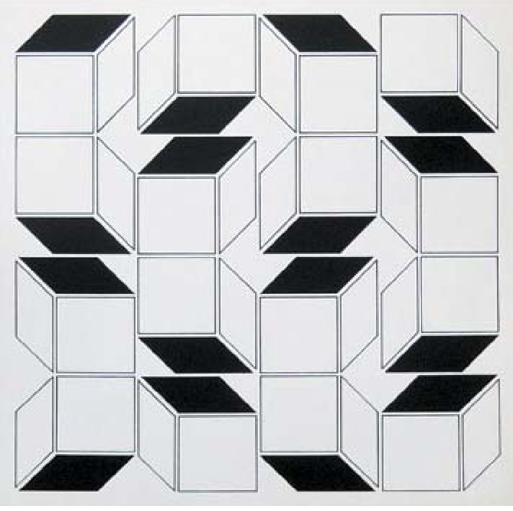


Jaap Egmond - papier reliëfs

Mark Verstockt

Mark Verstockt (1930) is een Belgisch kunstenaar die van vele markten thuis is, maar door zijn gehele werk ligt het toepassen van de wiskunde geheel anders dan bij de vorige twee kunstenaars. Aan bepaalde elementaire figuren geeft hij een emotionele betekenis en gaat dan met die elementaire meetkundige figuren aan het werk. Hij werkte in eerste instantie met cirkel, driehoek en vierkant, maar is zich steeds meer op het gebruik van het vierkant gaan toeleggen. Hij schrijft veel over het vierkant, onder andere: "Het vierkant heeft gelijke maten aan elke zijde en vier scherpe hoeken. Daardoor presenteert het vierkant zich met een groter zelfbevestiging dan bijvoorbeeld de cirkel. Het vierkant is als vorm stabiel en visueel zeer agressief … het plaatsen van een verticale lijn op een horizontale, zodanig dat je een vierkant krijgt en rechte hoeken, is een intellectuele operatie die duidelijk anders is dan het emotionele gebaar waaruit de cirkel voorkomt."

Mark Verstockt - 'This is not a book' (1971), inkt op papier



het museum voor abstracte kunst

Dit museum wil tevens een plaats zijn waar 'de muzen' uit alle richtingen bij elkaar komen en een omgeving creëren van waaruit actief een poging zal worden ondernomen om het creatieve proces bij het scheppen van een kunstwerk over te brengen naar andere werkterreinen. Het museum wil zo iets met kunst 'doen': aan de hand van de kunstwerken mensen in het bedrijfsleven confronteren met een creatief proces om daarmee innovatieve processen op gang te brengen. Dat betekent dat men eens anders over een situatie kan nadenken, los van de dagelijkse zorgen en mechanismen als 'targets' halen. Verder is aan de hand van deze kunst ook binnen het onderwijs aan leerlingen de mogelijkheid te bieden om anders met wiskundige activiteiten om te gaan: Het creatieve proces bij het maken van een geometrisch abstract kunstwerk kan leerlingen er toe verleiden om soortgelijke vermogens te gebruiken bij het beoefenen van het vak wiskunde.

De stichting Yellow Fellow is al met activiteiten begonnen door lezingen te organiseren in de Martinuskerk van Woudrichem. Kasper van der Stolk (een student van Max Bill) verzorgde een lezing over de wiskunde bij het ontwerpen van sieraden en Stanley Brown vertelde over het ontwerp van een woning die nu in Utrecht is gebouwd. Naast deze lezingen geeft de stichting ook al informatiemateriaal uit, waarvan we bij dit artikel dankbaar gebruik hebben gemaakt. In de nabije toekomst is de opening van het museum te verwachten; men kan nu al de website met afbeeldingen van abstracte kunst bezoeken *(www.yellow-fellow.com)*.

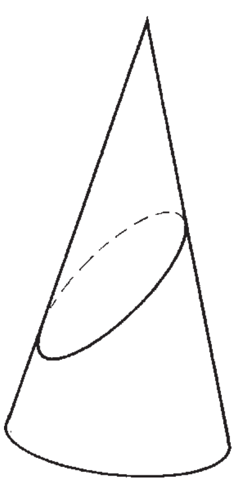
Henny Susijn en Bart Heukelom

schoonheid in de wiskunde

Wiskundigen hebben het graag over een fraai bewijs, een interessant bewijs, een verrassend bewijs etc. Dat zijn eerder uitspraken die men over een kunstwerk verwacht. Als een bewijs kort is en verrassend eenvoudig, is het in ieder geval een fraai bewijs. Dat "kort en eenvoudig" moet natuurlijk gezien worden in het licht van de moeilijkheidsgraad van de stelling.
We zullen hier drie voorbeelden geven van zulke schoonheid ***in*** de elementaire wiskunde.

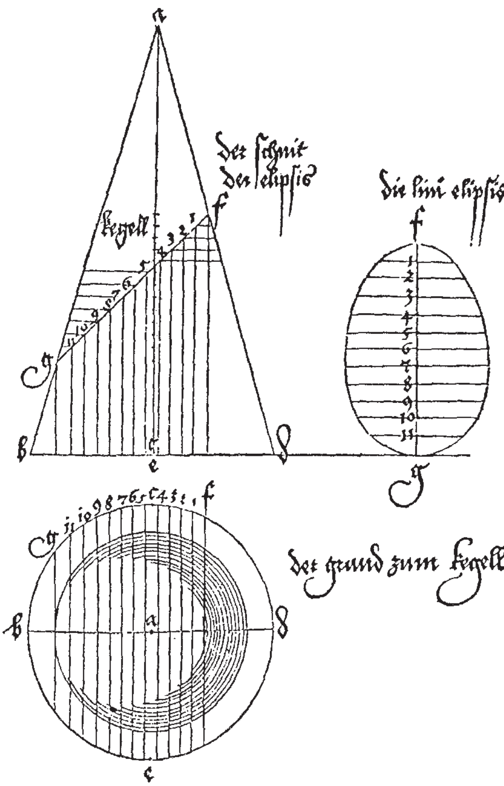
Dürer en Dandelin

Als je aan een niet wiskundig geschoolde maar wel nieuwsgierige, *figuur 1* laat zien (een kegel die schuin is doorsneden) en beweert dat zo'n schuine doorsnede altijd een ellips is, zal hij of zij na enig nadenken wellicht opmerken dat dit niet kan. En bij de vraag: "waarom niet", zal het antwoord zijn: "Als je heel dicht bij de top van de kegel begint te snijden, wordt die kant van de doorsnede puntiger dan aan de andere kant. Je krijgt dan een ei-vormige doorsnede".



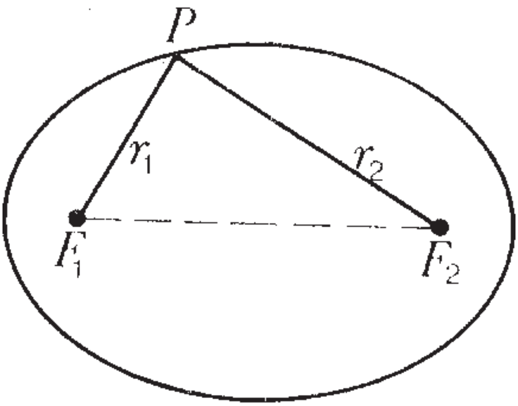
figuur 1

Albrecht Dürer (1471-1528), een beroemde Duitse kunstenaar, die vrij goed thuis was in de wiskunde van zijn tijd, dacht er ook zo over. Hij tekent de kegelsnede duidelijk eivormig (*figuur 2*).



figuur 2

Laten we even de algemeen bekende omschrijving van een ellips geven *(figuur3)*. Zet twee punaises in een stuk karton op 4 cm van elkaar. Knoop van een touwtje van 10 cm de uiteinden aan elkaar. Leg het touwtje er omheen en houd het met een potloodpunt strak.



$$r_1 + r_2 = constant$$

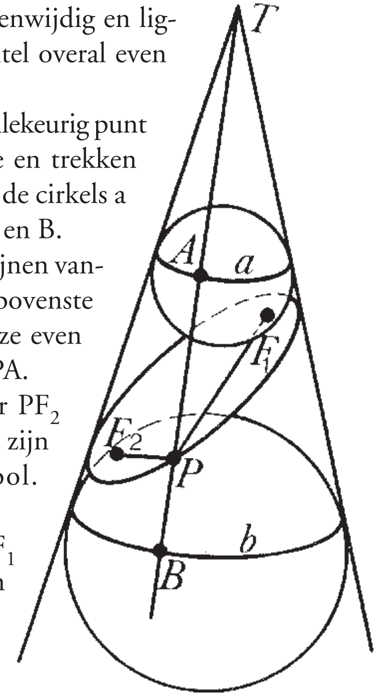
figuur 3

Als we de potloodpunt bewegen ontstaat een ellips. Het is duidelijk dat dan op elk punt van de figuur die zo ontstaat de som van de afstanden (r_1 + r_2) tot de vaste punten F_1 en F_2 constant is. Deze punten noemen we de brandpunten van de ellips.

Het gaat er nu om dat we bewijzen dat de bovengenoemde kegelsnede zo'n ellips is.
Dat kan op verschillende manieren, maar geen is er zo doorzichtig en fraai als die van de Belgische ingenieur *Dandelin* (1794-1847); en hij gebruikt daarvoor stellingen die een niet- wiskundige zonder meer plausibel voorkomen.

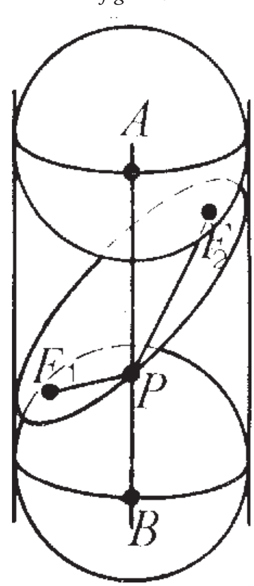
In *figuur 4* wordt het hele verhaal verteld. Bekijken we de ovale doorsnede in deze figuur:
Boven in de kegel is een bol aangebracht die het vlak van de doorsnede in F_1 raakt en die tegelijkertijd raakt aan de kegelmantel. De raaklijn van de bol met de kegelmantel is een cirkel (a).
Tegen de onderkant van het snijvlak is eveneens een bol aangebracht, die het snijvlak in F_2 en de kegelmantel volgens de cirkel b raakt.

Beide cirkels zijn evenwijdig en liggen op de kegelmantel overal even ver van elkaar.
Nu nemen we een willekeurig punt P van de kegelsnede en trekken de lijn TP. TP snijdt de cirkels a en b in de punten A en B.
PF_1 en PA zijn raaklijnen vanuit één punt aan de bovenste bol en daarom zijn ze even lang, m.a.w. PF_1 = PA.
Hetzelfde geldt voor PF_2 en PB die raaklijnen zijn aan de onderste bol.
Dus: PF_2 = PB.
Hieruit volgt dat PF_1 +PF_2 =PA + PB en dat is juist de afstand van lijnen op de kegelmantel tussen de beide cirkels a en b.



figuur 4

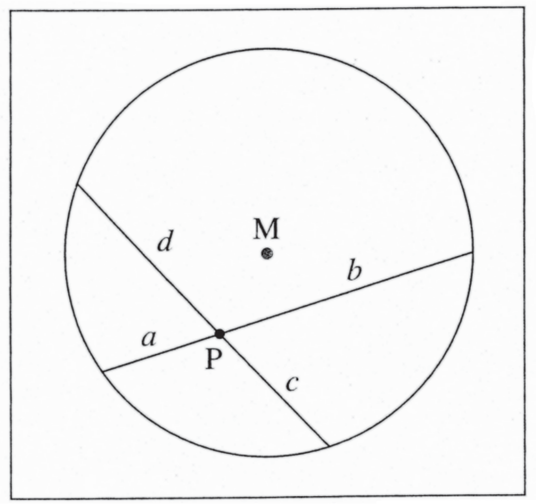
figuur 5



De eindconclusie is dat PF_1+PF_2 voor elk punt van de snijkromme gelijk is. En zo voldoet de snijkromme inderdaad aan de omschrijving van de ellips zoals we die hierboven gegeven hebben.
Met behulp van *figuur 5* is vervolgens gemakkelijk aan te tonen dat de schuine doorsnede van een cilinder ook een ellips is.

een sprong in de ruimte

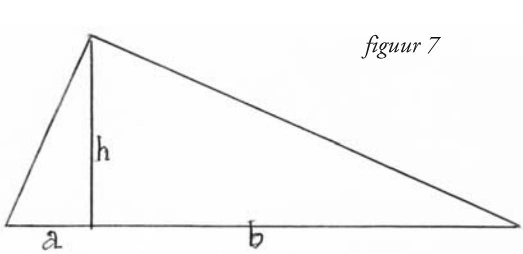
Een interessante stelling over de cirkel gaat over twee elkaar snijdende koorden (*figuur 6*). Hoe je de koorden ook trekt, altijd zal daarvoor gelden a x b=c x d.

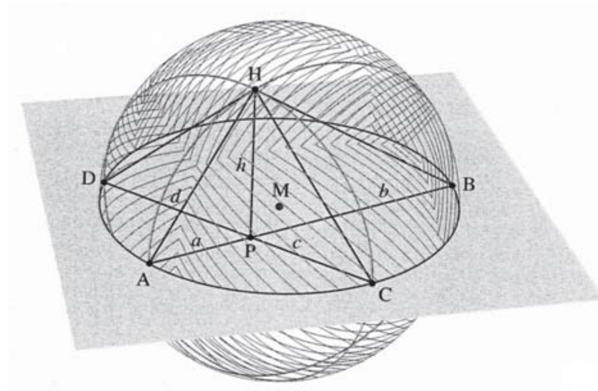


figuur 6

Het traditionele bewijs is heel eenvoudig. Maar het volgende bewijs is fraaier en verrassend. Je moet daarvoor wel bekend zijn met de stelling dat in een rechthoekige driehoek het kwadraat van de loodlijn vanuit de rechte hoek op de schuine zijde gelijk is aan het product van de stukken waarin de schuine zijde verdeeld wordt. In *figuur 7* is dus: h^2 =a x b. Dit is met de gelijkvormigheid van twee driehoeken eenvoudig te bewijzen.

figuur 7





figuur 8

We gaan de situatie schijnbaar ingewikkelder maken door over de cirkel een halve bol te plaatsen (*figuur 8*). In P richten we een loodlijn op die de bol in H snijdt. Daarna trekken we halve cirkels die door H gaan en ook door de eindpunten van beide koorden.

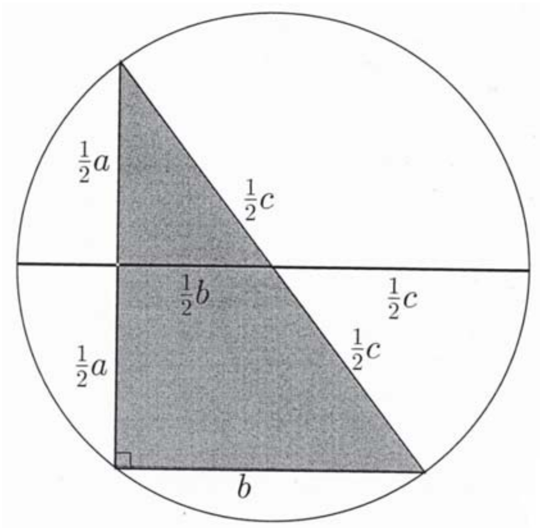
De driehoeken ABH en CHD zijn nu rechthoekig en HP is hun gemeenschappelijke hoogtelijn h. Nu kunnen we gewoon van de figuur aflezen h = a x b = c x d.

Dit bewijs is niet zo eenvoudig, maar wel verrassend interessant: een fraai bewijs.

de stelling van Pythagoras

Omdat de stelling van Pythagoras een belangrijke rol speelt in de vlakke meetkunde en veelvuldig toegepast wordt in een aantal andere wetenschappen, is ze het symbool geworden van wiskunde in het algemeen.

Wellicht is dit de oorzaak ervan, dat men in de loop der eeuwen gezocht heeft naar nieuwe bewijzen voor deze stelling; niet omdat het nodig was, maar zuiver als een vernuftig spel. En het waren niet alleen amateurs die dit spel speelden, ook belangrijke wiskundigen deden er aan mee.



figuur 9

De grootste verzameling van pythagoras-bewijzen is van *Prof. Elisha Loomis,* die 370 bewijzen publiceerde in 1940. Dat aantal zal nu ongetwijfeld hoger zijn.
Daaronder zijn heel wat saaie bewijzen, maar er zijn ook ware juweeltjes bij. Neem bijvoorbeeld het volgende bewijs, dat gebruik maakt van de stelling die hiernaast op pagina 10 in *figuur 6* is weergegeven.

In *figuur 9* zien we een rechthoekige driehoek met een omgeschreven cirkel. Door het middelpunt van de cirkel is een lijn evenwijdig aan de basis getrokken.
De driehoek snijdt een stuk ½b af van deze middellijn.
Nu passen we de bovengenoemde stelling (zie *figuur 6*) toe :

½a x ½a = (½c + ½b) (½c - ½b)

en uitwerking geeft : $a^2 + b^2 = c^2$.

Een verrassend kort bewijs !

Hans de Rijk

Hans de Rijk 80 jaar

Hans de Rijk (Bruno Ernst) stond aan de wieg van Ars et Mathesis en is tot de dag van vandaag in vele hoedanigheden - als bestuurslid, auteur van Arthesis-bijdragen, website-columnist - een onmisbare peetvader van de stichting. Reden genoeg om hem ook op deze plek te feliciteren met zijn onlangs gevierde 80e verjaardag. Proficiat!

tweede deel artikel Topkapi boekrol

In de vorige Arthesis stond een vervolg aangekondigd op het artikel over de Topkapi-boekrol van Mattias Visser. Dit zal in een volgend nummer van Arthesis verschijnen.

een bijzonder boek van Mark Haddon

Mark Haddon schreef de roman: “Het wonderbaarlijke voorval met de hond in de nacht”. De hoofdpersoon, de vijftienjarige Christopher Boone, heeft waarschijnlijk de ziekte van Asperger, een vorm van autisme die gepaard kan gaan met een bijzondere belangstelling voor wiskunde. Christopher wil dan ook het VWO examen wiskunde afleggen. In het boek worden in dat verband verschillende, meestal algebraïsche opgaven op VWO-niveau behandeld. Maar ook het zogenaamde driedeurenprobleem (een kansberekening) wordt er in opgelost.
De hoofdstukken van het boek zijn genummerd met priemgetallen tot en met 233.
Voor degenen die ervaring hebben met vormen van autisme is het lezen van het boek op zich een wonderbaarlijke ervaring; maar ook voor anderen is het fascinerende lectuur.
Het boek is als een soort detectiveroman geschreven, te vergelijken met “De hond van de Baskervilles” van Sir Arthur Conan Doyle. Een nadeel is dat het verhaal zich in Engeland afspeelt, tussen de plaatsen Swindon en Londen, waardoor allerlei zaken die voor de Engelsen waarschijnlijk gesneden koek zijn (zoals de elfjes van Cottingley) voor ons soms wat moeilijk te plaatsen zijn. Maar je kunt dit ook beschouwen als een “opportunity” om je kennis van Engelse zaken te vergroten. Via internet zijn de typisch Engelse situaties vrij snel op te sporen.
Het verhaal over de speurtocht naar de moordenaar van de hond Wellington en naar de verdwenen moeder van Christopher is ook een zoektocht naar “typical situations” van een jongetje dat bezeten is van cijfers en getallen.

Het boek met de oorspronkelijke titel: *“The curious incident of the dog in the night-time”* verscheen in 2003 bij *Jonathan Cape* te Londen en eveneens bij de uitgeverijen *De Fontein* in Baarn en *Contact* in Amsterdam in een vertaling van *Harry Pallemans* (TSRN 9026119100; NUR 284).

Henk van Tongeren

Appendix uit het boek van Haddon

Vraag

Bewijs de volgende bewering:

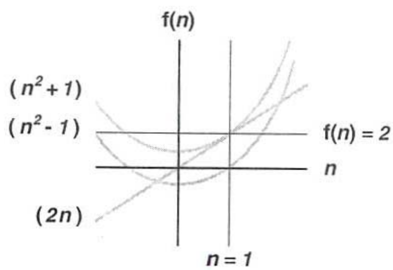
> “Een driehoek met zijden die geschreven kunnen worden in de vorm $n^2 + 1$, $n^2 - 1$ en $2n$ (met $n > 1$) is rechthoekig.”

Toon met een tegenvoorbeeld aan dat het omgekeerde onjuist is.

Antwoord

Eerst moeten we bepalen wat de langste zijde is van een driehoek met zijden die geschreven kunnen worden in de vorm $n^2 + 1$, $n^2 - 1$ en $2n$ (met $n > 1$) :

$n^2 + 1 - 2n = (n - l)^2$ en als $n > 1$ dan $(n - l)^2 > 0$ dus $n^2 + 1 - 2n > 0$ dus $n^2 + 1 > 2n$
Evenzo $(n^2 + 1) - (n^2 - 1) = 2$
Dit betekent dat $n^2 + 1$ de lange zijde is van een driehoek met zijden die geschreven kunnen worden in de vorm $n^2 + 1$, $n^2 - 1$ en $2n$ (met $n > 1$) .



Dit kan ook worden aangetoond met nevenstaand diagram (maar dit bewijst niets).

Volgens de stelling van Pythagoras is de driehoek rechthoekig als de som van de kwadraten van de twee korte zijden gelijk is aan het kwadraat van de hypotenusa. Om te bewijzen dat de driehoek rechthoekig is moeten we dus aantonen dat dit het geval is.

De som van de kwadraten van de twee korte zijden is $(n^2 - 1)^2 + (2n)^2$
Ofwel: $(n^2 - 1)^2 + (2n)^2 = n^4 - 2n^2 + 1 + 4n^2 = n^4 + 2n^2 + 1$
Het kwadraat van de hypotenusa is $(n^2 + l)^2$
Ofwel: $(n^2 + l)^2 = n^4 + 2n^2 + 1$

Dus is de som van de kwadraten van de twee korte zijden gelijk aan het kwadraat van de hypotenusa en is de driehoek rechthoekig.
En het omgekeerde van “Een driehoek met zijden die geschreven kunnen worden in de vorm $n^2 + 1$, $n^2 - 1$ en $2n$ (met $n > 1$)” is: “Een driehoek die rechthoekig is heeft zijden die geschreven kunnen worden in de vorm $n^2 + 1$, $n^2 - 1$ en $2n$ (met $n > 1$)”.
Een tegenvoorbeeld betekent een driehoek vinden die rechthoekig is maar zijden heeft die niet geschreven kunnen worden in de vorm $n^2 + 1$, $n^2 - 1$ en $2n$ (met $n > 1$).

Dus:
stel AB is de hypotenusa van de rechthoekige driehoek ABC en stel AB = 65 en stel BC = 60
Dan: CA = $(AB^2 - BC^2)$
CA = $(65^2 - 60^2)$ = (4225 - 3600) = 625 = 25
Stel AB = $n^2 + 1 = 65$, dan n = (65 - 1) = 64 = 8
dus $n^2 - 1 = 64 - 1 = 63$, BC = 60 en $n^2 - 1 = 63$; CA = 25 en $2n = 16$; BC = 60 en $2n = 16$; CA = 25

Dus is de driehoek ABC rechthoekig maar heeft hij geen zijden die geschreven kunnen worden in de vorm $n^2 + 1$, $n^2 - 1$ en $2n$ (met $n > 1$).

QED

Bridges congres 2005

Dit jaar wordt, in de eerste week van augustus, het Bridges congres gehouden in Londen. Het zal dan de achtste editie zijn van dit belangrijke congres op het gebied van kunst en wetenschap.
In 1998 werd - onder leiding van hoofdorganisator *Reza Sarhangi* - op het universiteitsterrein van het Southwestern College in Winfield, Kansas een congres gehouden met als doel de kunsten en de wetenschappen weer wat dichter bij elkaar te brengen. Vanaf dat eerste jaar is het congres vervolgens jaarlijks georganiseerd op verschillende locaties in de wereld.

Het afgelopen jaar (2005) was dat in Banff, Canada. Het standaard driedaagse congres lijkt enigszins op onze Ars et Mathesis dagen: veel presentaties gaan over onderwerpen uit het gebied tussen kunst en wiskunde en ook is er een expositie met door wiskunde geïnspireerde kunstuitingen. Belangrijk verschil is de omvang. Het internationale congres trekt sprekers uit de hele wereld en is inmiddels uitgegroeid tot een van de belangrijkste in zijn soort. In 2005 kreeg het congres de titel '*Renaissance Banff*' mee, om nog eens te benadrukken dat een van de hoofddoelen het met elkaar in contact brengen van de beoefenaren van de verschillende disciplines uit de kunsten en de wetenschappen is.

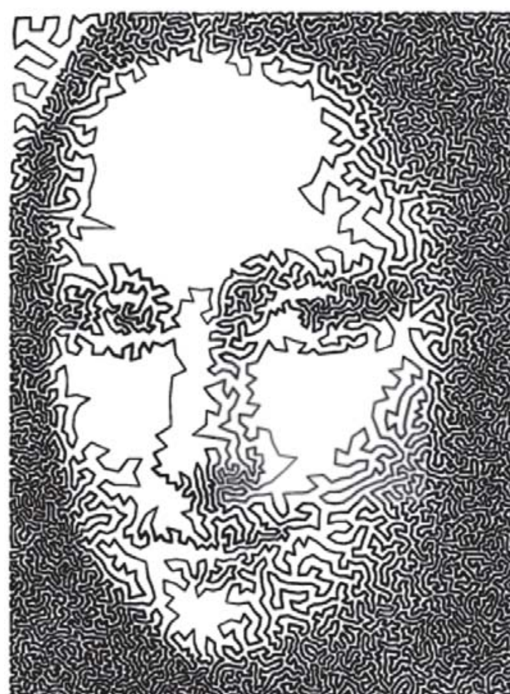
In het voorwoord van het congresboek schreef Reza Sarhangi:
"De wiskunde is regelmatig aangewend, niet alleen om kunst en architectuur te interpreteren en te analyseren, maar ook om direct met artistieke producten te integreren. Tijdens de Renaissance bloeiden kunst, wiskunde, architectuur, wetenschap en muziek zij aan zij. Dit is niet meer het geval; en hoewel veel kunstenaars en wetenschappers wegen zoeken om het verloren geraakte wederzijdse begrip en de wederzijdse waardering en het uitwisselen van ideeën te herstellen, is het steeds moeilijk geweest om een omgeving te creëren waarin dit op een zinvolle manier kon gebeuren.
Een vergelijkbare kloof bestaat er tussen wiskundigen en het grote publiek. Niemand heeft moeite met het erkennen en waarderen van patronen en iedereen kan moeiteloos omgaan met abstracties in de taal, de muziek, de beeldende kunst en het theater. Maar toch denken de meeste mensen dat ze niets hebben met wiskunde en zijn ze zich er nauwelijks van bewust hoezeer de wiskunde is ingebed in ons alledaagse leven en de wereld om ons heen."

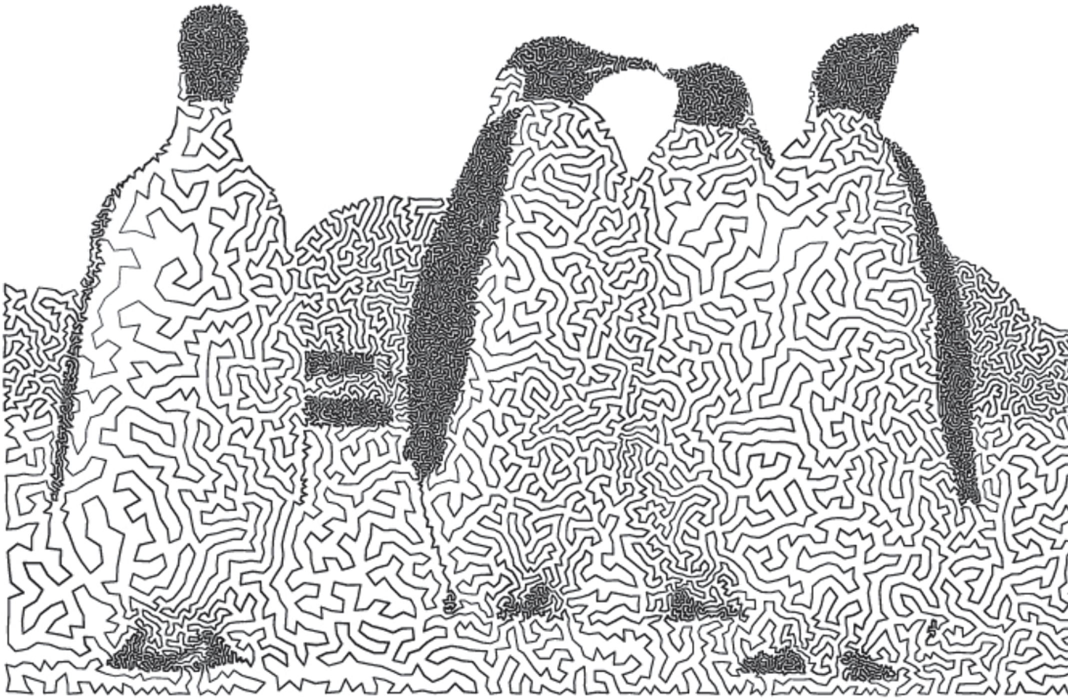
In de mooie omgeving van het conferentiecentrum van Banff, gelegen in de Rocky Mountains in Canada, was er alle ruimte en een prima sfeer om met elkaar van gedachten te wisselen. Het congres zelf speelde zich af in een grote zaal voor de plenaire voordrachten in de ochtend en daarnaast nog een drietal kleinere zaaltjes voor de parallelle zittingen in de middag. Een programma met alles bij elkaar 75 presentaties en een tiental workshops. Er was een expositie ingericht met werk van diverse kunstenaars en ook was er nog een presentatiezaal waar meegebrachte modellen uitgestald konden worden.

Voor de gelegenheid was het congres dit jaar uitgebreid met een zogenaamde *Coxeter-dag*, dit om deze in 2003 op 96-jarige leeftijd overleden Canadese wiskundige te herdenken.
Coxeter is van grote betekenis geweest, niet alleen voor de wiskunde maar ook voor de kunst. In de afsluitende presentatatie van *Doris Schattschneider* liet zij zien met welke kunstenaars Coxeter contact heeft gehad en hoe hij diverse kunstenaars heeft geïnspireerd. Bekendste voorbeeld is het contact tussen Coxeter en Escher. Na hun eerste ontmoeting in 1954 op het Internationale Wiskundecongres in Amsterdam is er correspondentie geweest over de niet -Euclidische meetkunde die bijvoorbeeld heeft geleid tot de prent Cirkellimiet III. Doris Schattschneider liet zien dat dit contact slechts één van een lange reeks was.
Escher kwam ook naar voren in de eerste bijdrage aan het congres: *Bart de Smit* gaf daarin een mooie presentatie over het Droste-Effect, waarbij het "gat van Escher" in diens "Prentententoonstelling" aan de orde kwam.

Tussen deze twee bijdragen in kwam een grote varieteit aan onderwerpen naar voren. Een paar voorbeelden: vaste gast en spreker *Carlo Sequin* toonde uitgebreid hoe Hamilton paden kunnen worden gebruikt in sculpturen en bij dissecties zowel in drie als in vier dimensies. Hierbij kwam ook het werk van Koos Verhoeff nog even in beeld.
Op een totaal andere manier sprak *Craig Kaplan* over paden. Hij liet zien hoe het wiskundige probleem van de handelsreiziger (hoe bepaal je de kortste weg voor een handelsreiziger die een rondreis moet maken langs een aantal plaatsen; ofwel vind het kortste gesloten pad dat een verzameling punten in een vlak verbindt) ook gebruikt kan worden in de kunst. Bestaande plaatjes worden vertaald in plaatjes met punten, in de donkere gebieden veel en in de lichtere gebieden weinig punten. Door nu deze punten met een zwarte lijn te verbinden als ware het een rondreis langs al deze punten, ontstaat er een tekening waar de originele afbeelding in te herkennen is: zogeheten TSP-Art (TSP: the Travelling Salesman Problem). Hoe groot de invloed is van de keuze van het aantal punten kon Graig laten zien met behulp van een computerprogramma.
Zie: *www.cgl.uwaterloo.ca/~csk/projects/tsp.*

Craig Kaplan - 'Mona'



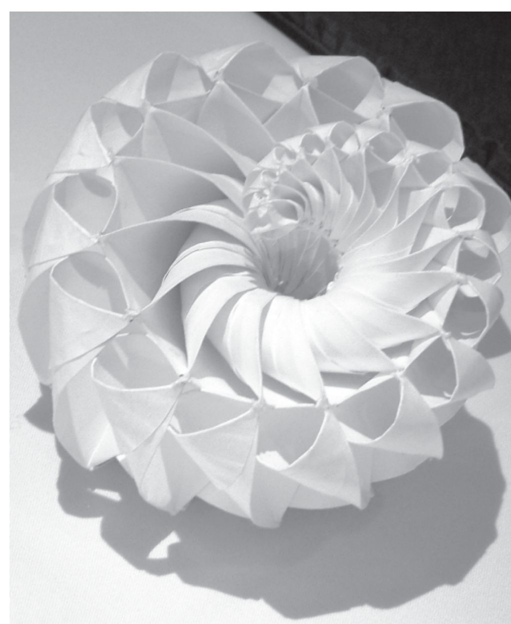


Craig Kaplan - pinguins

John Sharp kwam met zijn verhaal over zijn zogenoemde D-forms: nieuwe driedimensionale vormen die ontstaan door twee vlakken welke een even lange omtreklijn hebben met elkaar te verbinden. Neem bijvoorbeeld twee gelijke ellipsvormige vlakken en leg deze op elkaar. Draai nu de bovenste ellips 90 graden en bevestig de ellipsen in deze stand met de randen aan elkaar. Doordat het meest kromme gedeelte van de rand van de ene ellips nu gekoppeld wordt met het minst kromme gedeelte van de rand van de andere ellips ontstaat er een merkwaardige bolle driedimensionale vorm. John liet zien dat dit een interessante groep van nieuwe vormen oplevert.

Dat je je ook kunt beperken tot alleen een cirkel en dan toch de meest bijzondere vormen kunt creëren, is wat de bijdrage van *Bradford Hansen-Smith* zo bijzonder maakt. Zijn werk

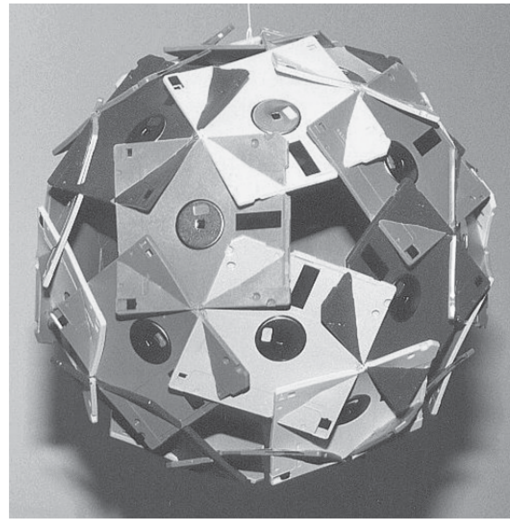
werk van Bradford Hansen-Smith



was uitgebreid te zien in de expositie; en in zijn workshop wist hij het op heldere wijze uit te leggen. Beginnend met een eenvoudige cirkel - hier gebruikt hij papieren wegwerpbordjes voor - liet hij zien hoe je hier andere basisvormen, zoals de driehoek, uit kunt vouwen. Met deze driehoeken is dan weer een tetraëder te maken. Zo komt hij stapsgewijs tot zeer complexe vormen die allemaal zijn opgebouwd uit cirkels. Zijn methode heeft hij vastgelegd in enkele boeken en hij geeft voornamelijk workshops aan kinderen om zodoende de belangstelling voor de wiskunde te vergroten.
Zie ook: *http://www.wholemovement.com/.*

Ook de sculpturen van *George Hart* zijn vaak opgebouwd uit een aantal identieke delen; zoals bijvoorbeeld de grote bolvormige structuur van meer dan een meter in doorsnede die hij tijdens het congres in de presentatieruimte in elkaar heeft gezet. In zijn presentatie demonstreerde hij zijn computerprogramma waarmee hij "Holden-figuren", constructies van in elkaar hakende veelhoeken die we ook kennen van Koos Verhoeff, kon berekenen.
Zie ook: *http://www.georgehart.com/orderly-tangles-revisited/tangles.htm* .

Andere goede bekenden die hun werk presenteerden waren bijvoorbeeld:
Dick Termes met zijn beschilderde bollen, waarvan er hiernaast één is afgebeeld; zie voor veel meer bollen *http://www. termespheres.com/*
En *Greg Frederickson*, de specialist op het gebied van dissecties. In zijn eerste boek, "Dissections, Plane and Fancy" is te zien hoe bijvoorbeeld een driehoek opgedeeld kan worden in een aantal stukken zodanig dat met deze stukken weer een vierkant kan worden gelegd.



George Hart - 'Disk-combobulation'

Het boek bevat vele ingenieuze voorbeelden van opdelingen van wiskundige basisvormen, waaronder ook enkele van de hand van Anton Hanegraaf. Dit keer kwam hij zijn nieuwe boek

Dick Termes - 'Tri every angle'

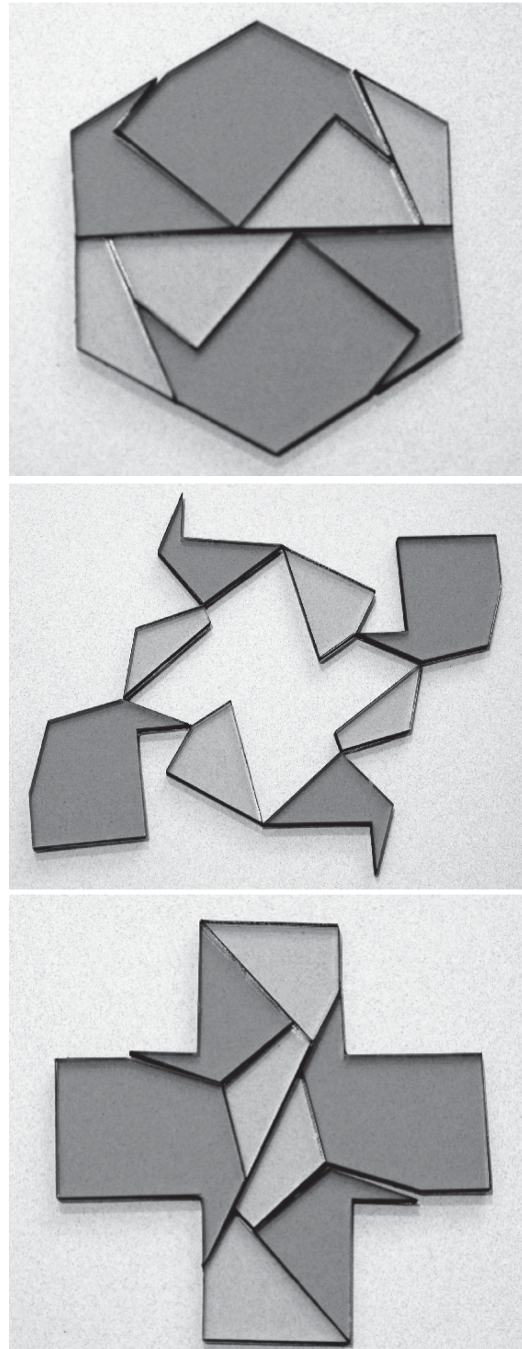
presenteren, waarin opdelingen behandeld worden die middels scharnieren van de ene in de andere totaalvorm overgaan.

Alle bijdragen aan het congres worden ieder jaar gebundeld in een goed verzorgd congresboek, dat bij aanvang van het congres beschikbaar is. Deze serie congresboeken geeft ondertussen een goed beeld van wat er gaande is op het gebied tussen kunst en wetenschap. En ook levert het een nuttige lijst van personen (met in ieder geval een e-mail adres) die actief zijn op dit gebied. Voor de Ars et Mathesis dagen putten we sinds enkele jaren ook uit deze bron. De bijdrage over Moorish Fretwork van Paul Tucker en de presentaties van Bart de Smit en van Daniel Erdely zijn hier voorbeelden van.

Het mag duidelijk zijn dat dit congres voor veel van onze donateurs zeer de moeite waard is. Dit jaar wordt het congres dus gehouden in Londen, vanuit Nederland in elk geval een goed bereisbare locatie. Maar er zijn inmiddels zelfs serieuze plannen om te proberen het congres in een van de volgende jaren in Nederland plaats te laten vinden. We houden U op de hoogte. En mocht U interesse hebben om dit jaar het congres in Londen bij te wonen: het zal zich afspelen van 4 t/m 8 augustus.

Rinus Roelofs

Alle informatie over Bridges is te vinden op:
http://www.sckans.edu/~bridges/
De gegevens m.b.t. de bijeenkomst in Londen zijn te vinden op: *http://www.lkl.ac.uk/bridges/*



afbeeldingen rechts: "Swing-hinged hexagon to Greek cross"
mathematical design and taping: Greg Frederickson
laser cutting: Walt and Chris Hoppe, with dimensions from Greg Frederickson

De Stichting ARS ET MATHESIS (opgericht in 1983) heeft tot doel de belangstelling te bevorderen voor kunst die zijn inspiratie vindt in de wiskunde. Dit gebeurt onder meer door tentoonstellingen, publicatie van boeken en artikelen, het uitgeven van het blad 'ARTHESIS' en het organiseren van een jaarlijkse ARS ET MATHESISdag (diverse voordrachten gecombineerd met een dag-expositie waar werk van velerlei exposanten is te bekijken).

donateurs: Donateurs (minimum donatie € 15,- per jaar) ontvangen Arthesis en hebben gratis of tegen gereduceerd tarief toegang tot de jaarlijkse Ars et Mathesisdag. Bijdragen kunnen worden overgemaakt op bankrekening nummer 55 27 11 896 t.n.v. Ars et Mathesis te Baarn; s.v.p. met duidelijke vermelding van eigen naam en adres, en van 'Ars et Mathesis'.

secretariaat: A. Goddijn; ws. Nejo, Dijksgracht 18, 1019 BT, Amsterdam
email: A.Goddijn@fi.uu.nl

aanmelding als donateur, adreswijzigingen, bestellingen:
Ineke Lambers; Noorderkroon 77, 9301 JW Roden
tel. 050-3601301; email: ilambers@wxs.nl.

email: info@arsetmathesis.nl

website: http://www.arsetmathesis.nl

Ars et Mathesisproducten

verkrijgbaar: Sangaku-kwartet [sk], Sangaku-poster A3 of A4 [sp], Sangaku-leliekaart [slk], Sangaku-lelieposter A3 of A4 [slp]: nederlands of engels [n of e]; Spidron-kwartet [ek]; Orosz-kwartet [ok]; kwartet "orde-chaos" Monika Buch [bk]; A&M poster A3 of A4 [amp]; A&M knoop-kaart [amkk]; A&M letterkaarten [amlk]; A&M jubleumkaart 1998 ("luchtkubus") [amjk]; A&M jubileum-poster A3 of A4 [amjp]; losse nummers Arthesis vanaf jaargang 14 [art/jaargang/nr]; set van 2 verzamelposters 'A&M-kunst' op hoogglanspapier A3 of A4 [vp].

prijzen: kaarten (set van 4) € 5, poster A4 € 2,50, poster A3 € 6, nummers Arthesis € 3,50; voor toezending A3 posters plus € 2,50, overig plus € 1,20; set van 2 posters vp: A3 € 14/toezending € 5, A4 € 8/toezending € 2.

bestelwijze: door overmaken van het totaalbedrag op gironr 1315269 t.n.v. J.J. Lambers-Hacquebard, na bericht per post of email aan Ineke Lambers (adres zie boven) onder vermelding van 'AM-bestelling', en opgave van gewenste aantallen en soorten producten en het adres waar de bestelling naar toe moet worden gezonden. Gebruik s.v.p. de hierboven tussen [ ] vermelde codes.

bestelwijze catalogus "Bomen van Pythagoras": zie Arthesis 2004 nr 1, pag. 18