een uitgave van de Stichting Ars et Mathesis

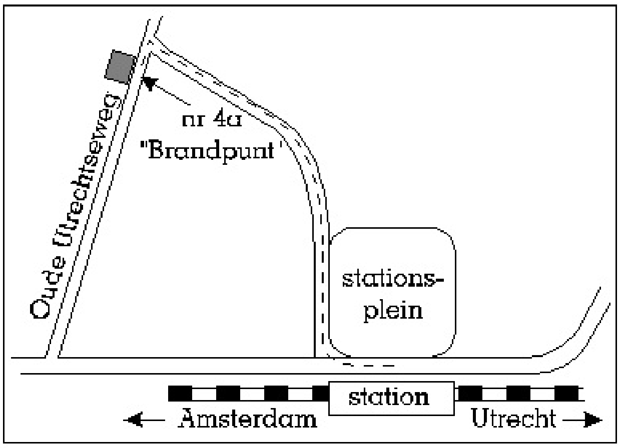
ARTHESIS

jaargang 13, nr 3

september/oktober 1999

ARS ET MATHESISDAG 1999

UITNODIGING voor de Ars et Mathesisdag 1999:



Plaats en tijd:
De jaarlijkse Ars et Mathesis-dag wordt dit jaar gehouden op

zaterdag 6 NOVEMBER 1999
in gebouw "BRANDPUNT",
Oude Utrechtseweg 4a,
te Baarn;

op loopafstand van het station (ca 5 min.), zie nevenstaand kaartje.
Vanaf 9.15 uur kunnen exposanten en demonstratoren terecht voor het uitstallen van materiaal.

Programma:

10.00-10.30	Ontvangst van de deelnemers / koffie.
10.30-12.30	Voordrachten en demonstraties.
12.30-14.30	Pauze. Koffie, soep en broodjes zijn in de zaal verkrijgbaar.
14.30-16.30	Voordrachten en demonstraties.
17.00	moet de zaal leeg zijn.

Toegangsprijs:
De toegangsprijs bedraagt voor niet-donateurs **fl 10.** Zij ontvangen alleen de eerste twee pagina's van dit nummer van Arthesis.
Donateurs hebben gratis toegang op vertoon van de bon achterop dit Arthesis-nummer.

Lezingen en demonstraties:
Over de diverse inleidingen is meer informatie te vinden op de volgende pagina. Naast de voordrachten is er zoals gebruikelijk de "dagexpositie": allerhande werk van verschillende exposanten, dat tijdens de pauze uitgebreid bewonderd en bestudeerd kan worden.

Exposanten wordt verzocht **zich uiterlijk 23 oktober** als zodanig aan te melden bij Aad Goddijn: Tiberdreef 4, 3561 GG Utrecht; email A.Goddijn@fi.uu.nl.

PROGRAMMA-ONDERDELEN 6 NOVEMBER

10.30 **Ruimtelijke kunst vanuit veelvlakken - *Rinus Roelofs***
Regelmatige veelvlakken - zoals kubus, tetraeder, octaeder, regelmatig 12-vlak en regelmatig 20-vlak - zijn veelgebruikte uitgangspunten voor het ontwerpen en bedenken van allerlei min of meer kunstzinnige ruimtelijke constructies. Als voorbeeld worden onder andere een aantal "Tensegrity-constructies" nader besproken: constructies bestaande uit draden en staven waarbij de (meeste) staven geen onderling contact hebben. Zie ook bij Pauze.

11.30 **Variaties op een Sangaku - *Zsofia Rutkay en Ineke Lambers***
Hoe vorm kunstzinnig kan inspireren en tot wiskundige expressie kan stimuleren: aan de hand van een sangaku-variant gaan kunst en kunstige wiskunde samen en worden de toehoorders uitgedaagd mee te denken. Zie ook pag. 304 t/m 306 van dit Arthesis-nummer.

12.00 **Wat is dit en waarom ziet het er zo uit?**
In de pauze zijn vele kunstwerken te zien die Ars en Mathesis verbinden. In dit half uur worden makers daarover kort geïnterviewd door ***Henk van Tongeren en Bert van der Schoot***.

12.30 **Pauze**
De pauze is lang, maar er is veel te doen. Allereerst is er wat te eten. Maar vooral is er volop gelegenheid te kijken naar het werk waar voor de pauze over gesproken is. En: er kan praktisch gewerkt worden aan het onderwerp Tensegrity. Er is een tafel met materiaal waarmee we zelf constructies met draden en staven kunnen maken, aansluitend bij de inleiding van Rinus Roelofs, die ook helpt bij dit werk. Pas als je het zelf gedaan hebt, geloof je dat je een toren kunt bouwen van staven die elkaar niet raken. En het sangaku-kwartet is te verkrijgen!

14.30 **Geodetische koepels - *Martin Kindt***
Nauw verwant aan de Tensegrity-constructies zijn de koepels van Richard Buckminster Fuller, die stevig zijn maar toch alleen uit lichte driehoeken bestaan; democratische architectuur van bijna gelijke driehoeken zonder zware overheersende pijlers. De structuur van zo'n koepel hangt nauw samen met molecuulstructuren die in de moderne scheikunde worden bestudeerd, de zogenaamde Buckminsterfullerenen, waarvan het oervoorbeeld de archimedische voetbal is met zijn vijf- en zeshoekige vlakjes. De ordening van beide typen bolskeletten heeft enkele vaste kenmerken die met elementaire wiskunde kunnen worden begrepen.

15.15 **Verhalen over vlakvullingen - *Ton Schotten***
Ton Schotten (één van de winnaars van de Escherprijsvraag, vorig jaar uitgeschreven door Pythagoras en Ars et Mathesis) komt vertellen over wat hem inspireert tot zijn regelmatige vlakvullingen - soms met dubbelinterpretaties van de vlakken, zoals in zijn "open deuren".

15.45 **Raadsels rond vreemde ruimtes in de kunst - *Hans de Rijk en Aad Goddijn***
Maurits Escher schiep werelden waar binnen en buiten hetzelfde zijn, waar onder en boven niet verschillen, waar een gesloten lint maar één kant heeft: de wereld van de Möbiusband. Maar kent U ook de schijf die verdwijnt bij omdraaien, de hand munten zonder getal, de wereld waarin links aan rechts gelijk is en de kathedraal die je tegelijk ziet met zijn eigen opbouw en afbraak? Voorbeelden en toelichtingen op vreemde ruimtes in het werk van Marcel Duchamps, Gerrit Achterberg, Marcel Proust, Salvador Dali, Jorge Borges, Joseph Brodsky, Howard Lovecraft en .. Maurits Escher.

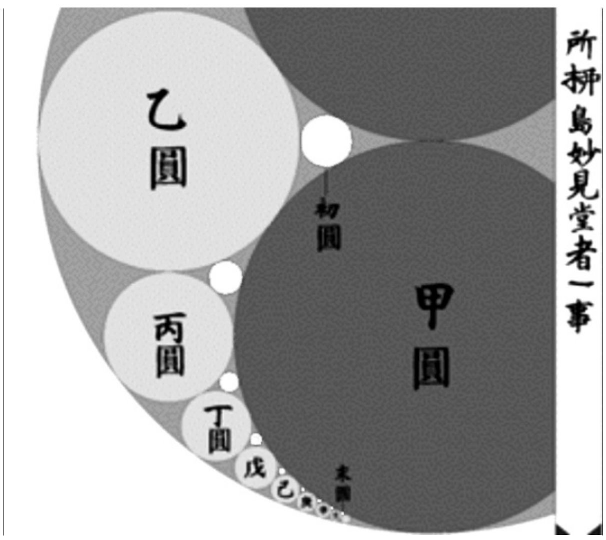
STICHTING ARS ET MATHESIS

Voor inlichtingen en aanmelding als donateur: Beverodelaan 205, 6952 JH Dieren, tel. 0313-413307.
Kopij Arthesis: Bert van der Schoot,Het Ven 24, 11 15 HB Duivendrecht (email: schoot@philo.uva.nl).
Adreswijzigingen: Ineke Lambers, Ontginningsweg 1, 9865 XA Opende (email: ilambers@wxs.nl).
Financiële bijdragen (minimumdonatie fl 30,- per jr) kunnen worden overgemaakt op bankrekeningnummer 55 27 11 896 t.n.v. Ars et Mathesis te Baarn; gironummer van de ABN/AMRO-bank te Baarn is 32750. S.v.p. met duidelijke vermelding van uw eigen naam en adres, en van "Ars et Mathesis".

SANGAKU — WISKUNDE ALS KUNST

De meeste bijdragen in Arthesis bespreken kunstwerken die gebaseerd zijn op (de presentatie van) een wiskundige structuur, dus ze gaan over wiskunde in kunst. De betrokken kunstenaar creëert bewust of onbewust een object dat een visualisatie is van een wiskundig begrip, bijvoorbeeld veelvlak, symmetrie, reeks of verhouding.
Wiskunde zelf kan echter ook mooi en kunstzinnig zijn. Wiskundigen spreken over een mooie formule, een fraai bewijs, een elegante oplossing, zwaar of lichtvoetig redeneren. Wiskunde bedrijven is bovendien een zeer creatieve bezigheid: men bedenkt concepten, maakt veronderstellingen en tracht oplossingen op te bouwen. Net als kunstenaars, is de wiskundige altijd geplaatst voor oneindig veel mogelijkheden en wordt uitgedaagd een weg te vinden naar iets wat nieuw en interessant is.

Al deze aspecten van "schoonheid in wiskunde" zijn te vinden in sangaku's. Sangaku is een Japans woord dat "wiskundeplank" betekent. Een sangaku is een houten plankje waarop een wiskundige stelling is gepresenteerd in een zeer compacte vorm, vaak alleen door een illustratieve tekening met of zonder formule erbij. De meeste sangaku-onderwerpen gaan over vlakke meetkunde. Een tegenwoordige editie van verzamelde sangaku's (er zijn er maar weinig, zie de literatuurlijst) doet de lezer versteld staan van de rijkdom en schoonheid van stellingen over het meest favoriete onderwerp, elkaar rakende cirkels: cirkels binnen en om een cirkel, ellips, driehoek, vierkant...
Vandaag kunnen we slechts raden naar de motivaties van de sangaku-makers. Een wiskundige ziet in de sangaku's duidelijk de sporen van esthetische criteria: de stellingen - hoewel mogelijk moeilijk en belangrijk - zijn niet willekeurig, maar in eerste instantie mooi: de manier waarop de cirkels gearrangeerd zijn springt in het oog, is harmonisch en is altijd plezierig om naar te kijken. De formule die de stelling uitdrukt is gewoonlijk ook elegant en fraai, hoewel het voor een niet-wiskundige misschien moeilijk is een voorstelling te hebben van een fraaie formule. Welnu, een paar suggesties: een mooie formule is kort, eenvoudig opgebouwd met behulp van kleine of bijzondere gehele getallen en van afstanden die makkelijk te identificeren zijn in de tekening. Symmetrie en het voorkomen van "betekenisvolle" deelformules (zoals het geometrisch gemiddelde) verhogen de esthetische waarde.
Let wel, we spreken over de esthetische waarde van de formules die een stelling uitdrukken en niet over de esthetische waarde van de stelling zelf. De uitspraken die zijn samengebracht in een elegante formule met bijbehorende illustratie zijn vaak met moeite te beschrijven in enkele zinnen in gewone taal. Zo'n taalversie zou ook de elegantie en de schoonheid missen die aanwezig is in de formule met een visuele presentatie. Aldus is de afwezigheid van tekstuele uitleg bij sangaku's een logisch gevolg van de motivatie om een stuk wiskundige schoonheid te presenteren. Aan de visuele presentatie - het gebruik van kleur, de rangschikking- werd bijzondere aandacht gegeven en dat resulteerde vaak in meetkundige stukjes kunst.



Door wie en waarom werden de sangaku's gemaakt? Vanaf 1639 is Japan gedurende meer dan twee eeuwen afgesloten geweest van de Westerse wereld. Noch voorwerpen uit het westen, noch boeken of ideeën konden het land bereiken. Aldus wist niemand in Japan iets over de bloei van de Westerse wiskunde, met namen als Fermat, Euler, Gauss... In deze isolatie werd wiskunde op een speciale manier beoefend. Geleerden uit alle lagen van de bevolking, van boeren tot samoerais, bedachten stellingen. Er zijn ook door vrouwen en kinderen sangaku's getekend. Deze stellingen verschenen als prachtig gekleurde tekeningen op houten tabletten, die werden opgehangen onder de tempeldaken. Waarom tempels? In die dagen waren er geen universiteiten in Japan, maar Shinto-heiligdommen en Boeddhistische tempels waren de centra van kennis. De vele pelgrims die de heiligdommen en tempels bezochten zorgden ook voor de verspreiding van wiskundig nieuws. Tenslotte was het een oude shinto-traditie de goden te verblijden met giften. Goden werden geacht van paarden te houden. Het geschenk was symbolisch: het paard werd getekend op een houten plankje, en honderden van deze plankjes, door pelgrims achtergelaten, hingen onder het tempeldak. Sangaku's konden ook op die manier gebruikt worden om toewijding of dankbaarheid te tonen. De auteur kon als het ware de goden verblijden met wiskundige parels, eventueel als tegenprestatie voor hun steun en inspiratie om die te kunnen vinden.

Er moeten duizenden sangaku's bestaan hebben, die tezamen een aanzienlijke hoeveelheid stellingen uit de vlakke meetkunde hebben gevormd. Niet alleen basisstellingen die in het Westen bekend waren werden opnieuw uitgevonden, maar sommige stellingen waren al als sangaku verschenen voordat ze in het Westen werden gevonden, en sommige waren zelfs onbekend buiten Japan.
Sangaku's gaven bijna nooit een bewijs bij de stelling, alsof ze de voorbijganger wilden uitdagen: kunt u dit bewijzen? Reeds vanaf het midden van de 18e eeuw bestonden er handgeschreven boeken met sangaku-oplossingen. Later werden veel tempels verlaten en raakten in verval; hierdoor zijn de meeste sangaku's verloren gegaan. Tientallen jaren later werden er gelukkig nog nieuwe sangaku's gevonden op afgelegen plaatsen. Vandaag bestaan er ongeveer 820 sangaku's, maar nog veel meer puzzels van vernietigde sangaku's zijn bekend uit de verzamelboeken.

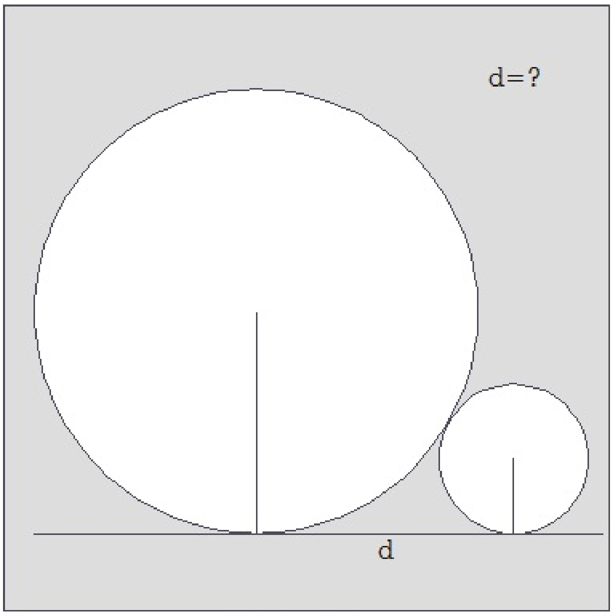
Sangaku-opdrachten worden meestal heel beknopt voorgesteld: vaak is er alleen een tekening, met een formule ernaast die bewezen moet worden. De letters in de formule duiden afstanden in de tekening aan, die mogelijk in de tekening aangegeven zijn. Dus de eerste puzzel is om uit te vinden wat er precies te bewijzen is. Als eerste stap moeten dus alle gegevens uit de tekening gehaald worden. De zaak wordt nog moeilijker wanneer er geen formule aanwezig is, maar een vraag: hoe groot is de afstand? Natuurlijk, is het niet de bedoeling om de afstand in de tekening op te meten, maar om deze uit te drukken als een formule van enkele bepalende gegevens uit de tekening, zoals stralen van cirkels etc. Natuurlijk moet de formule dan bewezen worden. Het is niet vanzelfsprekend in te zien hoe de tekening was geconstrueerd, het bewijs van de stelling is vaak de sleutel voor het reproduceren van de tekening.

Op de volgende pagina staan 4 sangaku opdrachten, gerangschikt van makkelijk tot ingewikkelder, met sprekende namen verzonnen door Hans de Rijk. De uitleg over de opdrachten met oplossing komt in de volgende Arthesis. En wie zolang niet kan wachten kan op 6 november in Baarn terecht - zie het kader op de volgende pagina.
Maar tot dan: zelf aan de slag!

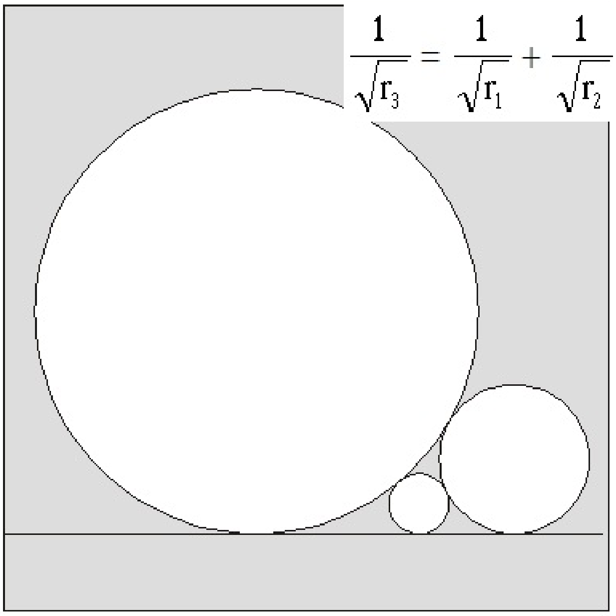
Zsofia Ruttkay

Literatuur
* Hidetosi Fukagawa, Dan Pedoe: Japanese Temple Geometry Problems, Charles Babbage Research Foundation, Winnipeg, Canada, 1989.
* Hidetosi Fukagawa, D. Sokolowsky: Traditional Japanese Mathematics Problems from the 18th and 19th centuries, Science Culture Technology Publishing, Singapore (in press)
* Tony Rothman: Japanese Temple Geometry, Scientific American, May 1998

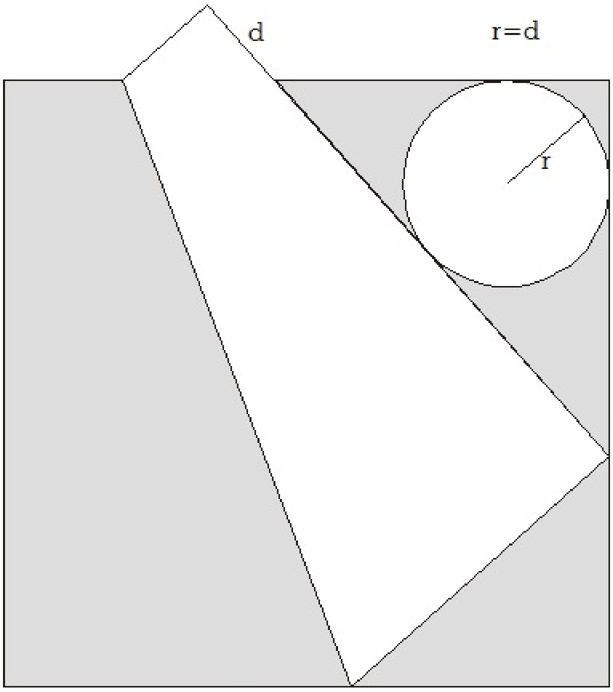
Internet: www.sciam.com/1998/0598issue/0698rothman.html



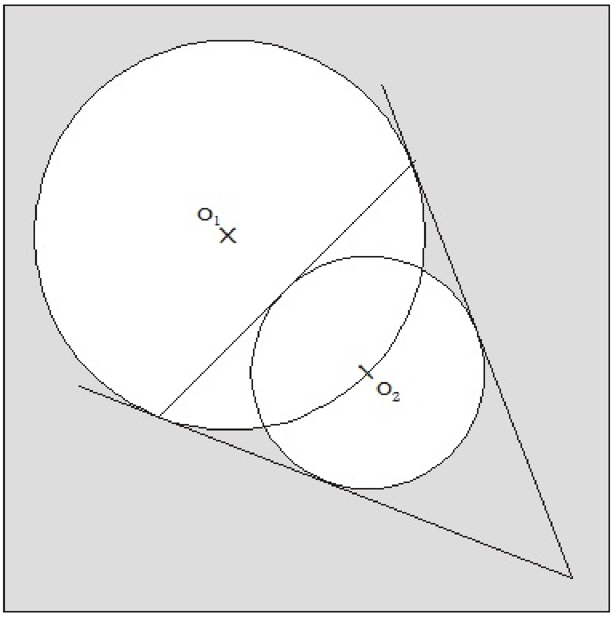
de botsing



het gevangen muisje



het servet



de komeet

SANGAKU-KWARTET

Hans de Rijk was de aanstichter, met zijn idee dat Zsofia Ruttkay en Ineke Lambers samen eens iets met sangaku's moesten doen. Bovenstaande sangaku-opdrachten vormen de eerste etappe. De tweede etappe krijgt gestalte als "sangaku-kwartet": vier kaarten met op de voorkant impressies gebaseerd op de vormen van deze sangaku's en aan de binnenkant de eigenlijke opdrachten; de oplossingen worden op een inlegvel bijgevoegd. De kaarten worden op de komende Ars et Mathesisdag op 6 november gepresenteerd en zijn daar te koop (opbrengst t.b.v. Ars et Mathesis). Na 6 november kunnen de kaarten ook worden besteld: fl 10 per set plus fl2,50 verzendkosten overmaken op giro 1315269 t.n.v. J.J. Lambers-Hacquebard onder vermelding van "Sangaku", gewenst aantal sets en eigen naam plus adres. De kaarten worden U dan z.s.m. toegezonden.

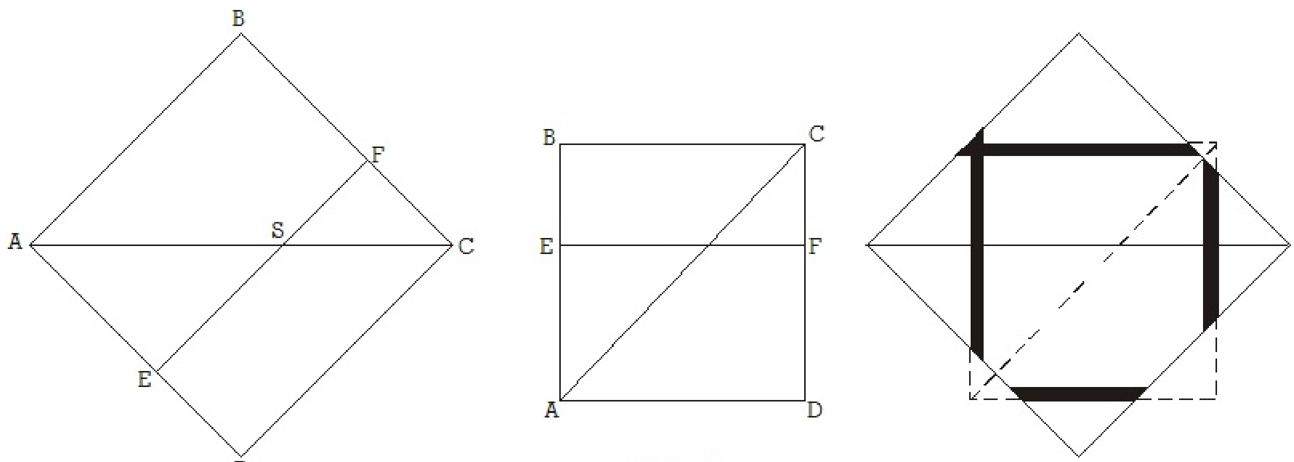
MONDRIAAN EN DE GULDEN SNEDE

Het werk van Mondriaan krijgt, o.a. door de omstreden aankoop van de Victory Boogie Woogie, blijvend aandacht. Nu voor 'arthesianen' door *De ontstelling van Pythagoras* van Albert van der Schoot (zie Arthesis 12/3 pag 274 en 275) de gulden snede opnieuw op de agenda is gezet, is het interessant om na te gaan of de verhoudingen in de composities van Mondriaan ook iets te maken hebben met de gulden snede.

Vooraf moeten we duidelijk stellen dat Mondriaan iedere wiskundige berekening voor de kunst afwees: '*toeval moet even veraf zijn als berekening*' schreef hij ooit. Alleen rond 1919 is er een korte periode waarin hij zijn schilderijen in precies 16 x 16 modulen verdeelt, die ieder exact weer de vorm van het schilderij hebben. Zo'n raster gaf hem rust en bracht hem tot vlakverdelingen, gebaseerd op verhoudingen van eenvoudige natuurlijke getallen. Hij ontdekte echter al binnen een jaar dat het concept van zulke 'rastercomposities', zoals hij ze noemt, onvruchtbaar is. Al experimenterend gaat hij dan over tot de beroemde composities met vlakken in primaire kleuren en met zwarte lijnen in telkens wisselende verhoudingen. Het doek wordt steeds leger. Hij bouwt rondom de leegte een harmonie op.

In 1932 komt er een ingrijpende verandering in zijn werk als hij de dubbele lijnen gaat gebruiken. Deze dubbele lijn heeft hij bijna zeker overgenomen van een van zijn trouwste leerlingen, Marlow Moss. Moss bracht eerst de gulden snede aan op haar doek en door allerlei manipulaties zoals omvouwen en verschuiven kwam ze tot fraaie composities.
Mondriaan verwerpt dit mathematische geconstrueer. Hij spreekt daar denigrerend over. Voor hem is alleen het proefondervindelijke en het intuïtieve de bron van het creatieve proces (zie *Carel Blotkamp: Mondriaan, destructie als kunst, 1990*). Als wij de gulden snede in Mondriaans werk aantreffen, dan zijn die verhoudingen dus ontstaan door voortdurend experimenteel met lijnen en vlakken te schuiven tot het beeld voor hem bevredigend was. Bij zijn laatste werken - hij was toen al 70 jaar - nam hij tenslotte afstand van de zwarte lijn en ging over op gekleurde banden. Daarbij gebruikte hij linten in heldere kleuren. Het doek lag dan plat op tafel. Zo kan hij experimenteren zonder, zoals vroeger, elke keer lijnen te moeten overschilderen. Pas als hij tevreden was schilderde hij en ook dan nog bracht hij rusteloos veranderingen aan. Bij verschillende van zijn composities zijn de sporen van dit overschilderen nog te zien, heel duidelijk o.a. bij de Victory Boogie Woogie.

Charles Bouleau heeft de verborgen interne structuur van vele tientallen schilderijen vanaf de Middeleeuwen tot heden bestudeerd. In zijn boek '*Charpentes, la géométrie secrète des peintres*' (Edition du Seuil, 1963) besteedt hij op de laatste bladzijden ook aandacht aan Mondriaan. Bouleau heeft drie composities van Mondriaan onderzocht op de gulden-snede-verhouding. Ik neem hieruit enkele afbeeldingen over.



figuur 1

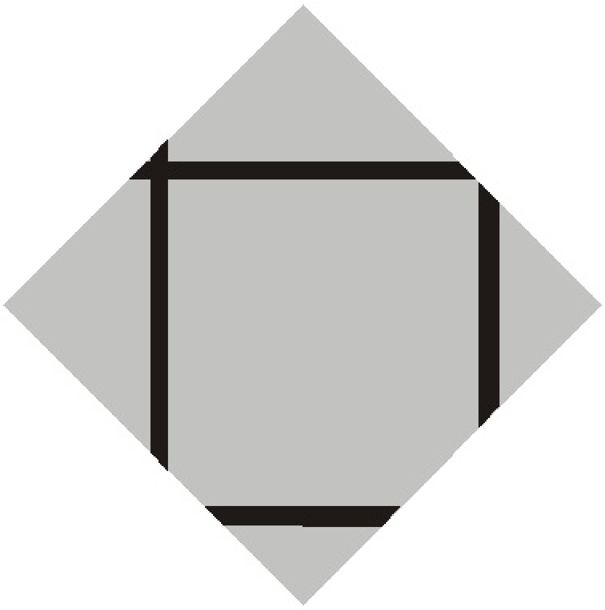
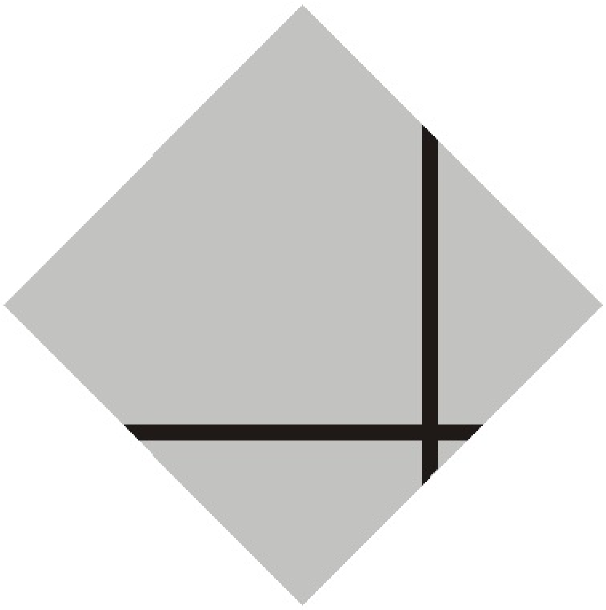


Tableau 1:
Compositie met twee lijnen en grijs, 1926



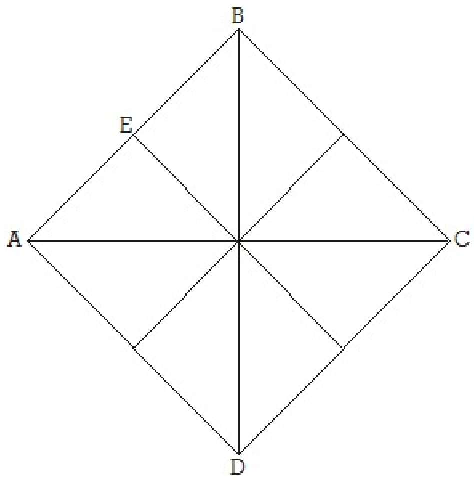
de niet bestaande:
Compositie met twee lijnen

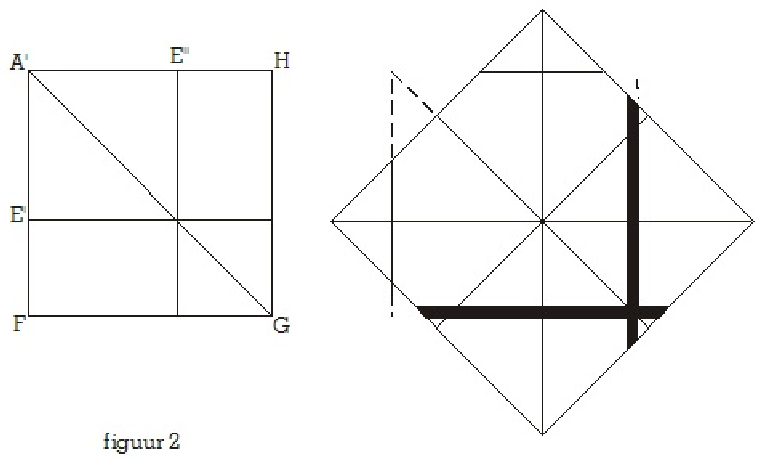
Bij *Tableau I: Compositie met vier lijnen en grijs, 1926* construeert Bouleau in het vierkant ABCD (zie figuur 1) op de diagonaal AC het punt S zodat SC : AS=AS : AC. Met AS als zijde construeert hij een nieuw vierkant en past daar dezelfde verdeling toe op de diagonaal. Na 45^0 draaien en in elkaar schuiven vindt hij de rechts afgebeelde constructie. Hij merkt nog op dat de diktes van de zwarte lijnen zich verhouden als 3, 4 en 5.

Het tweede doek dat hij onderzoekt geeft Bouleau de naam *Compositie met twee lijnen*, dat in het Stedelijk Museum in Amsterdam zou moeten hangen. Dit schilderij komt echter niet voor in de grote overzichtscatalogus van 1994. Vermoedelijk bedoelt Bouleau *Compositie met twee zwarte lijnen, 1931,* dat wel in Amsterdam hangt.

Bouleau heeft het, heel onzorgvuldig, in spiegelbeeld afgedrukt.
Het doek wordt gevormd door vierkant ABCD. Hierin tekent Bouleau de middenparallellen (zie fig 2). Het lijnstuk AE is het grootste segment van een gulden-snede-verhouding, het kleinste is EF. Hij construeert een vierkant met zijde A'F met de lengte A'E' (= AE) + E'F. Als we de twee vierkanten over elkaar schuiven vinden we volgens Bouleau het ontwerp van Mondriaans compositie.

Hij suggereert dat Mondriaan ook zo gewerkt heeft want in zijn uitleg zegt hij: "Om het tweede vierkant in het eerste te plaatsen legt Mondriaan de gulden sneden E' en E'' op de diagonalen van het grote vierkant (....). Hij heeft dan zijn schema vastgelegd.". Een grote vergissing!

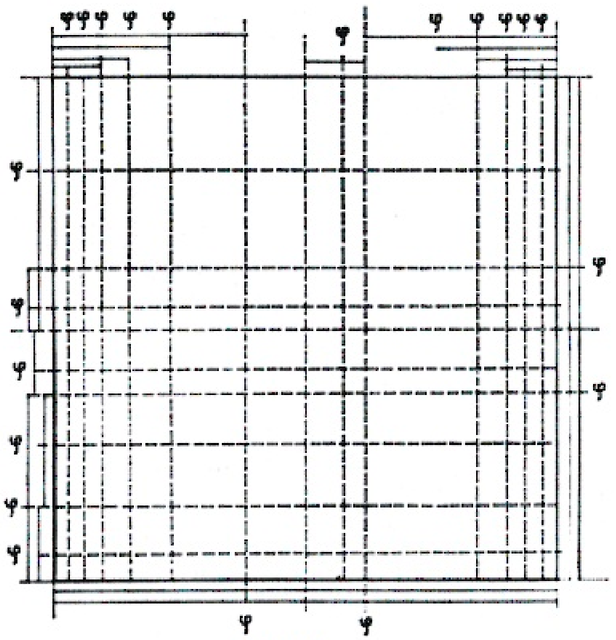


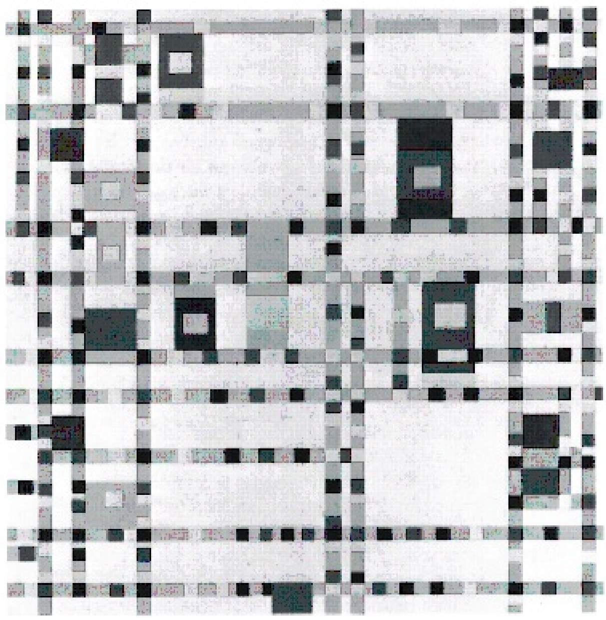


figuur 2

Het derde schilderij is de *Broadway Boogie Woogie*. Door op het vierkant zowel horizontaal als verticaal zes maal achter elkaar de gulden-snede verhouding uit te zetten (phi) vindt hij een raster dat de basis zou kunnen zijn voor deze compositie, het laatste voltooide werk van Mondriaan (zie fig. 3).
Het onderzoek van Bouleau getuigt van veel volharding en inventiviteit. Het kan ons atten-deren op verborgen, mathematische schoonheid in het kunstwerk. Het bedenkelijke aan zo'n studie is dat de suggestie gewekt wordt dat de kunstenaars zelf hun werk ook zo geconstrueerd hebben.
Mondriaan noemt zijn werk composities en niet constructies, en dat is veelzeggend.

Henk Heusinkveld


figuur 3


Broadway Boogie Woogie

PENTAGONALE TEMPEL REVISITED

De pentagonale tempel in Zdár nad Sázavou, waarvan sprake was in de vorige Arthesis (zie *Het pentagon als tempel*, p. 297 t/m 300) blijkt zowaar een eigen site op het internet te hebben, met foto's nog wel! Het is onderdeel van de toeristische informatie over Zdár, en de tekst is naar keuze in het Tsjechisch of het Engels.
De Engelse tekst is te vinden op dit adres: http://mesta.obce.cz/zdar-nad-sazavou/st3a.htm.