Arthesis

Mededelingenblad
van de Stichting
Ars et Mathesis

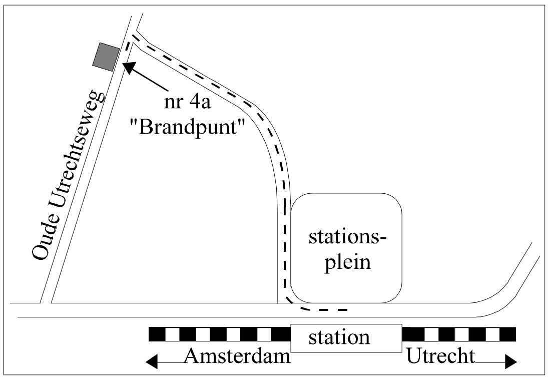
redaktieadres:
Nieuwstraat 6
3743 BL Baarn

jaargang 10
nummer 4
oktober 1996

ARS ET MATHESISDAG 1996

UITNODIGING voor de Ars et Mathesisdag 1996:

Plaats en tijd:
De jaarlijkse Ars et Mathesis-dag wordt dit jaar gehouden
op zaterdag 9 NOVEMBER 1996
in gebouw "BRANDPUNT", Oude Utrechtseweg 4a, Baarn; op loopafstand van het station (ca 5 min.), zie nevenstaand kaartje.



Vanaf 9.15 uur kunnen exposanten en demonstratoren terecht voor het uitstallen van materiaal.

Programma:

10.00-10.30 Ontvangst van de deelnemers / koffie.
10.30-12.30 Voordrachten en demonstraties.
12.30-14.00 Pauze. Koffie, soep en broodjes zijn in de zaal verkrijgbaar. (De pauze is ruim genomen om U de gelegenheid te geven tot het leggen van contacten en om alles te bekijken.)
14.00-16.00 Voordrachten en demonstraties.
17.00 moet de zaal leeg zijn.

Toegangsprijs:

De toegangsprijs bedraagt voor niet-donateurs **7,50**. Zij ontvangen alleen de eerste twee pagina's van dit nummer van Arthesis. Donateurs hebben gratis toegang op vertoon van dit Arthesis-nummer.

Aanmelding lezingen en demonstraties:

Op de volgende pagina vindt U een omschrijving van de reeds vastgestelde lezingen en demonstraties. Verder kan iedereen die wat interessants wil vertellen of vertonen zich nog aanmelden (zo spoedig mogelijk i.v.m. de definitieve samenstelling van het programma!):

telefonisch bij de voorzitter van Ars et Mathesis: H.P. van Tongeren, tel. 0313-413307; of schriftelijk bij de secretaris: J.A.F. de Rijk, Stationsstraat 114, 3511 EJ Utrecht.

De diverse programma-onderdelen op 9 november a.s.:

Zoals uit onderstaand (voorlopig) overzicht blijkt is wat geboden wordt deze keer bijzonder gevarieerd, zodat er voor ieders belangstelling interessante onderwerpen bij zijn. U kunt het volgende verwachten:

1. ***Ton Schotten***
   vertelt iets over “Het 15-veld en nog wat” en illustreert dit met dia’s. Onderaan deze bladzij alvast een korte toelichting.
2. ***De architect Jongepier***
   laat ons bizarre bouwwerken zien, die hij getekend heeft geïnspireerd door de onmogelijke figuren van Reutersvärd.
3. ***H. Baartman***
   spreekt over Gödel-Escher-Bach-en raadsels in *beeld.*
4. ***Peter Visser***
   heeft het over de wortel uit 1, Kepler en de Gulden snede.
5. ***Rinus Roelofs***
   laat bolstructuren uit losse elementen zien en ruimtevullende ringen.
6. ***Niek Hoogenboom***
   laat enige van zijn nieuwe vlakvullingen zien en toont ook een aantal dia’s van zijn werk.
7. ***J. Meyer***
   maakt verrassende puzzels met vijfhoeken.
8. ***Koos Verhoeff***
   brengt nieuwe ruimtelijke constructies mee die hij het afgelopen jaar heeft gevonden.
9. ***Ineke Lambers***
   komt met “computergrafiek” en toont haar nieuwe geometrische kleurcomposities in eigen druk.
10. ***Escher CD-Rom:***

    in de lunchpauze is er gelegenheid kennis te maken met deze (in Arthesis nr 3 besproken) CD-Rom.

Het 15-veld en nog wat

Verdeel een rechthoek die een lengte/breedte verhouding bezit van 3:5 in 15 gelijke vierkanten: je krijgt dan een 15-veld. Door deze verzameling vierkanten te verdelen in clusters van 1, 2, 3, 4 en 5 (samen 15) stuks, krijg je een soort puzzelstukken waarmee je het een en ander kunt doen (de dia's laten zien wat). Door de vorm van de clusters, waar dit kan, te veranderen is het mogelijk tal van varianten te vinden van de wijze waarop ze weer tot de bekende rechthoek kunnen worden samengevoegd. De grootste puzzelstukken (die van 5 vierkanten dus), de z.g. pentomino's, blijken de meest pluriforme clusters te zijn. Bovendien blijken ze niet alleen bruikbaar als bijzondere puzzelstukken, ze kunnen ook de verbeelding danig prikkelen. Hoezo? Ook dat wordt in de diaserie in beeld gebracht en toegelicht.

Ton Schotten

Stichting Ars et Mathesis

Inlichtingen en aanmelding als donateur: Beverodelaan 205, 6952 JH Dieren, tel. 0313-413307. Financiële bijdragen (minimumdonatie fl 30,- per jaar) kunnen worden overgemaakt op bankrekeningnummer 55 27 11 896 t.n.v. Ars et Mathesis te Baarn; het gironummer van de ABN/AMRO-bank te Baarn is: 32750. S.v.p. duidelijke vermelding van uw eigen naam en adres, en van “Ars et Mathesis”.

HET PROJECTIEMODEL VOOR DE PERCEPTIE

Vanaf het ogenblik dat mensen over de wonderlijke gave van het zien begonnen na te denken ontstonden theorieën (die soms geheel tegenstrijdig waren) om het zien te verklaren. Voor het aspect van het zien waarvoor we ons hier interesseren, is de verhandeling van Euclides (ca 300 voor Chr.): *Optica* belangrijk. Het is een verhandeling over visuele perceptie en we treffen daar een aantal stellingen aan, die op ons overkomen als een vroege versie van de pas rond 1425 uitgevonden perspectiefleer.

Zo luidt stelling 4:

Als gelijke lijnstukken op een rechte lijn liggen zien we het lijnstuk op grotere afstand kleiner.

Stelling 6:

De afstanden tussen twee evenwijdige lijnen lijken ongelijk als we ze op een afstand zien.

Stelling 11:

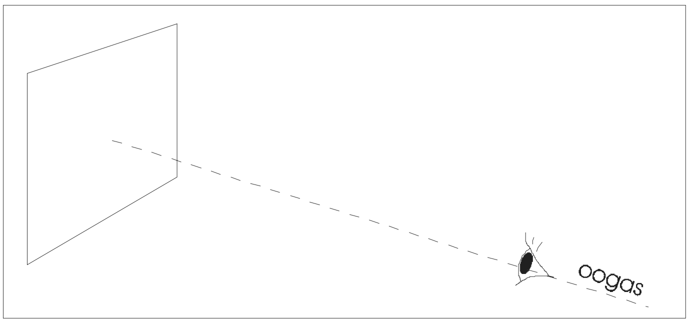
De verder verwijderde delen van een vlak dat lager ligt dan het oog zien wij opgetild.

Stelling 12 is de pendant van stelling 11 en gaat over een vlak dat hoger ligt dan het oog.

Vanzelf komt de gedachte op: waarom heeft Euclides deze inzichten niet uitgewerkt tot een volledige perspectiefleer of waarom hebben de vele geleerden die zich - in de meer dan duizend jaar die tussen Euclides' verhandeling en de uitvinding van de perspectief liggen - met het fenomeen zien hebben beziggehouden, dit niet gedaan? De tekst van Euclides wekt de indruk dat hij rakelings aan de ontdekking van de perspectief voorbijgegaan is. Niets is minder waar! Euclides schreef over het *zien*, over perceptie en dat is heel wat anders dan afbeelden. Tot de kern van de perspectiefleer hoort het begrip *projectievlak* en dat was ten enen male vreemd in de context van een studie over het *zien* waarmee Euclides zich bezighield. De dingen rondom ons, de buitenwereld, werden niet gedacht als een projectie op een (denkbeeldig) vlak tussen de waarnemer en die buitenwereld. Voor Euclides was het vanzelfsprekend dat men de dingen ziet daar waar ze zijn en dit blijft voor ons ook nog altijd een fundamentele waarheid betreffende de perceptie.

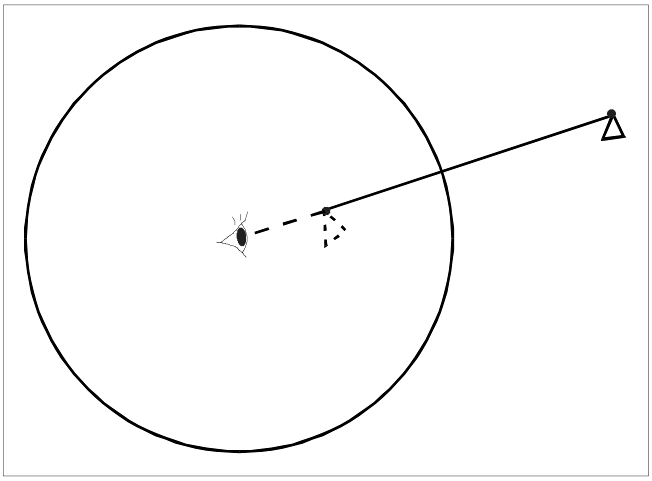
Hoewel de perspectief is bedacht als afbeeldingsmethode, is de achterliggende idee ook bruikbaar als model voor de studie van verschillende facetten van de perceptie. We maken daarbij onderscheid tussen het model voor een kleine zichthoek ($<$ ca 30^o) en voor een grote zichthoek.

Het eerste model is wiskundig eenvoudiger. We denken ons een vlak dat voortdurend loodrecht staat op de oogas. Dit scherm (als we het over perspectivische afbeelding hebben is dit het tafereel) ligt op een onbepaalde afstand van ons oog en beweegt mee met de oogas (figuur 1). Met dit model kunnen we de bovengenoemde stellingen uit de optica van Euclides en nog vele andere stellingen over de perceptie met behulp van eenvoudige stereometrie afleiden. We kunnen zelfs extrapoleren en aantonen, dat we oneindig lange evenwijdige, van ons aflopende lijnen in één punt op de horizon zouden zien samenkomen. Daarmee *verklaren* we dus wat we *zien*. Blijkt nu dat wij sommige dingen anders zien dan wat wij met het model kunnen aantonen, dan is op dit punt het model niet bruikbaar. Een model van de werkelijkheid is niet de werkelijkheid zelf en is altijd beperkt toepasbaar. Zo kunnen we gasmoleculen beschouwen als snel bewegende bolletjes die voortdurend tegen elkaar en tegen de wanden van een vat botsen. Met dit molecuulmodel zijn veel eigenschappen van een gas (denk aan de wet van Boyle) te verklaren, maar bijvoorbeeld niet de chemische reactie tussen twee gassen. Daarvoor schiet dit eenvoudige model tekort.



figuur 1

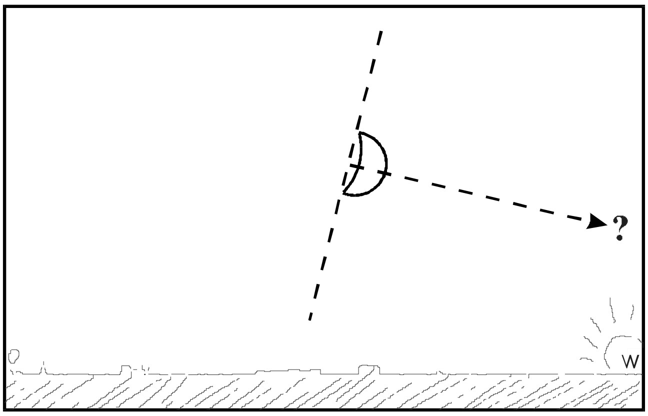
Bij grotere zichthoeken wordt dit model onbruikbaar. Elke kijkrichting vraagt zijn eigen projectievlak. Dit geldt ook voor kleine zichthoeken, maar daar is het verschil in stand van de imaginaire projectievlakken nog klein. Voor grote zichthoeken denken we ons een (doorzichtig) bolvormig projectievlak met ons oog in het middelpunt. De zichtlijn staat dan altijd loodrecht op het vlak van de bol. Een voordeel van dit model is dat de richting waarin wij de dingen uit de omgeving zien nauwkeurig overeenkomt met de richting waarin wij de projectie ervan op de bol zien. Ook de hoekafstanden tussen de dingen in de werkelijkheid zijn gelijk aan de hoekafstanden van het geprojecteerde beeld op de bol (figuur 2).



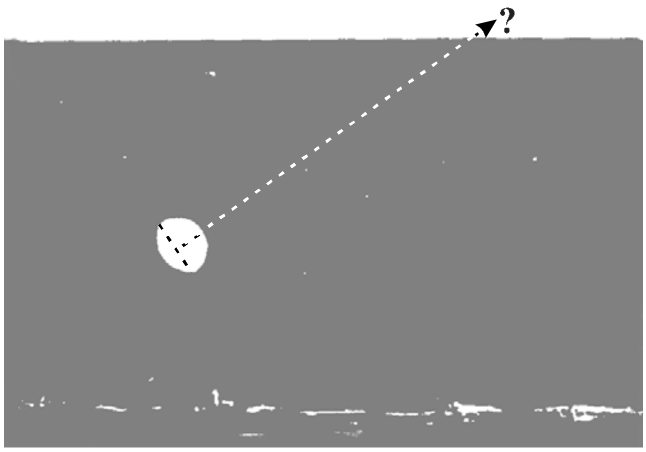
figuur 2

We geven hier één voorbeeld van het gebruik van dit model voor de verklaring van een op het eerste gezicht raadselachtige visuele waarneming.

Figuur 3 laat de maansikkel zien, terwijl de zon ondergaat. De stand van de maansikkel geeft aan uit welke richting de zonnestalen komen die de maan verlichten. Als we de punten van de sikkel met elkaar verbinden dan moeten de zonnestralen komen uit een richting die loodrecht staat op deze verbindingslijn. Als we deze lijn verlengen verloopt hij hoog boven de zon. In figuur 4 is een andere maanfase getekend. Het is nacht en de loodlijn gaat schuin omhoog, waar de zon natuurlijk helemaal niet te vinden is.

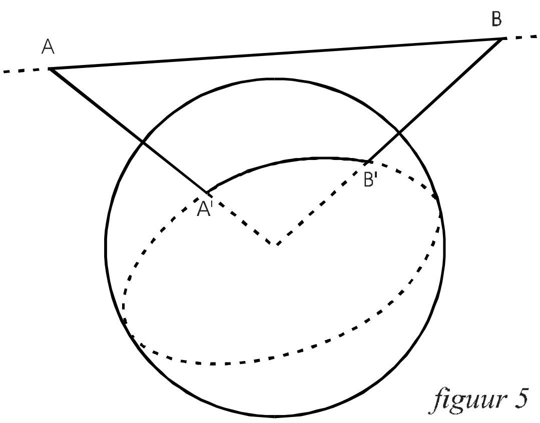


figuur 3

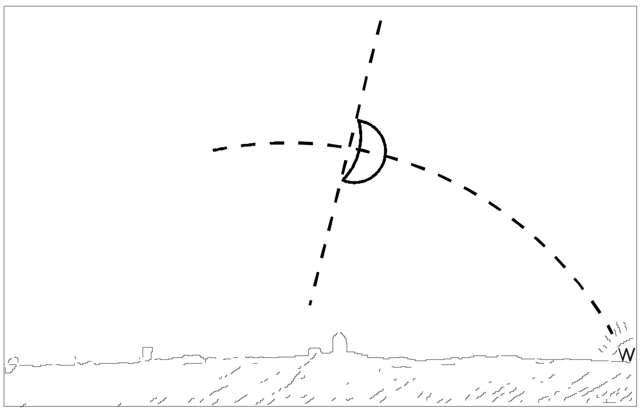


figuur 4

Om dit verschijnsel te verklaren gebruiken we de projectiebol. Om het concreet voor te stellen: een transparante plastic bol met een middellijn van 1 meter. Wat is nu de projectie van een oneindig lange



figuur 5



figuur 6

rechte lijn in de ruimte, vanuit het middelpunt, op het oppervlak van de bol: We vinden deze projectie door een vlak aan te brengen door het middelpunt van de bol en de lijn. Deze snijdt de bol in een cirkel. Een lange rechte lijn aan de hemel zouden we volgens dit model dus moeten zien als een cirkel.(figuur 5).
Nu is de bovenstaande waarneming eenvoudig te verklaren. De lichtbundel die van de zon uitgaat en de maan treft is vanzelfsprekend volkomen recht, maar geprojecteerd op de "zichtbol" zouden we die bundel zien als een cirkelboog. Daarom zijn de loodlijnen getekend in figuur 3 en 4 misleidend. Op het plaatje moeten we ze weergeven a1s cirkelbogen, zoals in figuur 6. En daarmee is de waarneming verklaard.
Het bolprojectiemodel zal ook nog ter sprake komen bij de behandeling van verschillende vormen van perspectivische afbeelding, waarbij rechte lijnen als krommen worden weergegeven, maar dan gaat het niet meer over de waarneming maar over de afbeelding van het waargenomene.

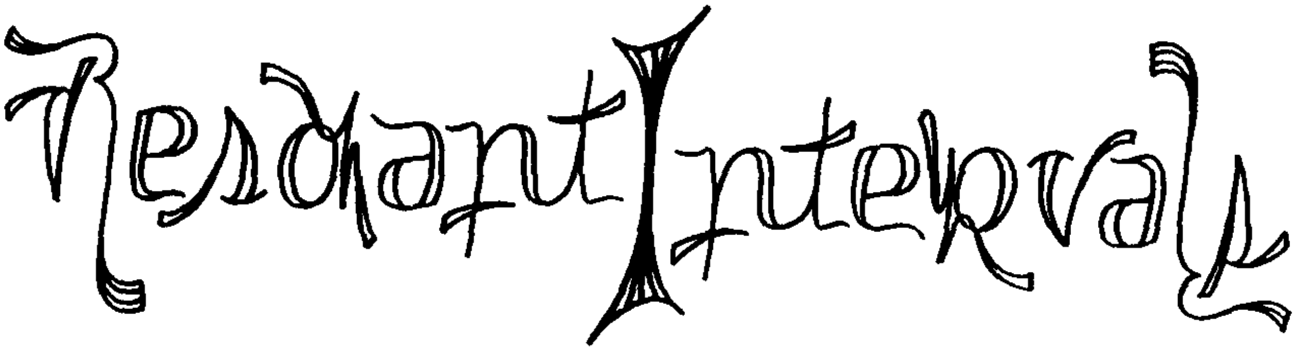
J.A.F. de Rijk

EEN METAFORISCHE FUGA

Het is alweer zeventien jaar geleden dat Douglas Hofstadter zijn *Gödel, Escher, Bach - an eternal golden braid; a metaphorical fugue on minds and machines in the spirit of Lewis Carroll* het licht deed zien. Het boek trok wereldwijd de aandacht, en werd in heel wat talen vertaald. Dat is juist bij dit boek niet zo vanzelfsprekend, want Hofstadter gaat zeer eigenzinnig met de taal om, en veel van de capriolen die hij uithaalt zijn alleen maar te volgen voor wie goed vertrouwd is met de Engelse taal. De talloze woordspelingen zijn vaak ook van die taal afhankelijk, en vereisen van de lezer het vermogen om de eigen gedachten net zo te laten kronkelen als de hersenspinsels van de auteur. De lezer moet voortdurend alert zijn op de mogelijkheid dat een bepaalde gedachte onverwacht de hoek om slaat en in een ander betekenisveld terecht komt. Dat zijn we niet gewend: bij de meeste boeken wordt de contekst meteen vastgelegd, en binnen die contekst kan de auteur dan gaan uitleggen, vertellen of illustreren, zonder voortdurend ons verwachtingspatroon op de proef te stellen. We hebben immers al een kader waarin we het exposé van de schrijver plaatsen.
Dat geldt voor wetenschappelijke literatuur net zo goed als voor een roman. Maar bij Hofstadter is zelfs het onderscheid tussen die twee niet heilig: hij schrijft wetenschap en literatuur tegelijk. Een heel arthetische manier van werken en denken dus! (Arthetisch is niet alleen zo'n mooi woord omdat het ars en mathesis verbindt, maar ook omdat het net zo klinkt als esthetisch.)

In dit verband moet ik ook zijn artistieke gaven vermelden: Hofstadter speelt heel verdienstelijk piano, maar bovendien manifesteert hij zich bij tijd en wijle ook als beeldend kunstenaar. In Canada heb ik een aantal jaren geleden een tentoonstelling van zijn whirly art gezien. Dat is een uitsluitend door Hofstadter zelf beoefende kunstvorm, waarin eigenschappen van tekst, muziek en beeldende kunst worden verenigd; omdat het resultaat in een museum aan de muur was gehangen noem ik het geheel toch maar beeldende kunst. Kenmerkend is dat er grafische melodieën worden ontwikkeld, niet met muzieknoten maar met lineaire structuren die geïnspireerd zijn op diverse Aziatische alfabetten. De interactie tussen de zo ontstane lijnen beschouwt Hofstadter als een zichtbaar soort van contrapunt, en hij duidt zijn creaties dan ook aan als visuele fuga's.

De letters van het alfabet hebben Hofstadter altijd gefascineerd. Volgens zijn moeder leerde hij het alfabet toen hij achttien maanden oud was. Zodoende had hij later tijd genoeg om andere talen (waaronder ook Nederlands) en andere alfabetten te leren lezen. Het kost hem echter moeite de letters van het alfabet met rust te laten.
De tentoonstelling die ik net noemde vond plaats tijdens een congres over Interdisciplinary Perspectives on Music, onder de titel Resonant Intervals. Hofstadter, die de gewoonte heeft alles van alle kanten te bekijken, had die titel als volgt in zijn agenda genoteerd:



Wat zag hij toen hij zijn agenda ondersteboven hield? Misschien moet u Arthesis eens op wat meer manieren lezen dan u gewend bent! Het voorbeeld laat zien hoe selectief wij gewend zijn te kijken, en hoe makkelijk het oog zich hecht aan vormen waaraan het betekenis kan toekennen. In een fuga komen zulke spiegelingen regelmatig voor. We spreken van omkering wanneer een thema ondersteboven wordt gespeeld (de stijgende intervallen worden dalende, en andersom) en van kreeftengang wanneer een thema achterstevoren tot klinken wordt gebracht. Daar zal ik in latere artikelen wat preciezer op ingaan, aan de hand van voorbeelden. Anders dan bij Hofstadters schrijfwijze van Resonant Intervals leidt dat meestal niet tot hetzelfde melodieverloop (huiswerkvraagje: wat is er aan de hand wanneer dat wèl gebeurt?).Dat de kreeft een van de hoofdfiguren is in Hofstadters dialogen mag dan ook geen verbazing wekken, en op het eind van het boek doet ook de luiaard nog zijn intrede, zo'n beest dat altijd ondersteboven hangt. Hoe Hofstadter de eigenschappen van dat beestenspul uitbuit laat zich wel raden.
Het boek is ingedeeld in hoofdstukken en dialogen, ongeveer zoals in Bachs Wohltemperiertes Klavier preludes en fuga's elkaar afwisselen. In de hoofdstukken is Hofstadter als wetenschapper aan het woord, voornamelijk over logica en artificiële intelligentie in de ruimste zin van die begrippen. Kurt Gödel, de Oostenrijkse logicus die in 1931 bewees dat zelfs binnen een formeel systeem zoals de getaltheorie niet alle beweringen die waar zijn ook formeel afleidbaar zijn (de zogeheten Onvolledigheidsstelling van Gödel), heeft dan ook binnen de onderliggende thematiek van het boek een wat organischer plaats dan de beide andere helden van de menselijke geest die in de titel genoemd worden. Dat zelfs in theorieën van de soort die Bertrand Russell en Alfred North Whitehead hadden gepresenteerd in hun Principia Mathematica (1913) waarheid een sterker begrip is dan bewijsbaarheid, dat met andere woorden niet alles wat waar was ook bewezen kon worden, maar nou juist wel de stelling dàt dat niet bewezen kon worden - dat doorkruiste in 1931 veler verwachtingen. Het vermoeden dat de wereld eigenlijk heel logisch in elkaar zat en dat dat toch ook aantoonbaar moest zijn, mathematisch en zelfs fysisch, leefde in die dagen sterk - zeker in het logisch-positivistische bolwerk dat het Wenen van Gödel toen nog was (net als veel anderen week ook Gödel later uit naar de VS).

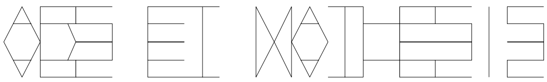
Het aardige van Hofstadter is dat hij Bach en Escher zoveel mogelijk behandelt vanuit een aan Gödel verwante manier van denken. Hun creaties hebben natuurlijk niets te maken met volledigheid of bewijsbaarheid, maar wel met een eigenschap die voor de Onvolledigheidsstelling essentieel is, namelijk zelfreferentie. Bach en Escher creëren structuren die op bepaalde manieren naar zichzelf verwijzen - niet inhoudelijk, zoals een symbool een bepaalde connotatie kan oproepen, maar formeel. De betekenis waar het hier om gaat is in die vorm zelf te vinden. In linguïstische termen uitgedrukt: Hofstadter is niet geïnteresseerd in semantische, maar in syntactische betekenis. Het uitleven van die interesse gaat gepaard met zoveel briljante grappen en grollen, idiote hersenkronkels en ongebreidelde fantasieën, dat zijn werk nauwelijks nog lijkt op een formeel-logisch tractaat. Zijn fantasie leeft Hofstadter vooral uit in de dialogen; eigenlijk ben ik geneigd om de hoofdstukken van het boek als de preludes te beschouwen en de dialogen, waarin het meer op de vorm aankomt en waarin de polyfonie van de stemmen domineert, als de fuga's. Eenvoudige lezers zoals ik, die bijna niets begrijpen van de inhoud van de hoofdstukken, kunnen zich toch nog laven aan de verrassende vorm van de dialogen. Sterker nog: de dialogen bemoedigen de lezer om toch een heel klein beetje door te dringen in de moeilijke kwesties die in de hoofdstukken aan de orde komen. In de serie korte artikelen, waarvan dit het eerste is, zal ik me dan ook voornamelijk door de dialogen uit Gödel, Escher, Bach laten leiden.

Albert van der Schoot

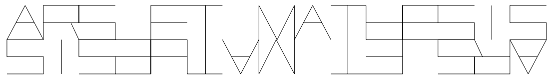
ARTHETISCH SPEELKWARTIER

Wanneer je eenvoudige lettervormen in net de juiste verhoudingen inkwartiert, valt er heel aardig mee te spelen. Dat laat zich aflezen uit een klein letteravontuur rond - uiteraard - de woorden “ars” en “mathesis” :

Zo staan de letters nog vierkant achter elkaar wat saai te zijn; maar dat verandert, wanneer ze zich

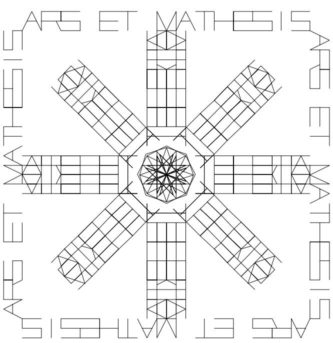


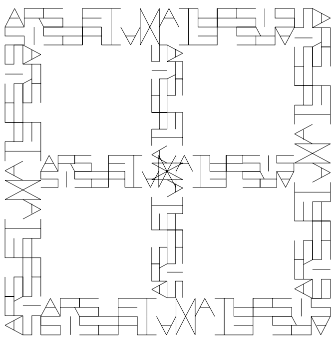
«- zo of zo -»

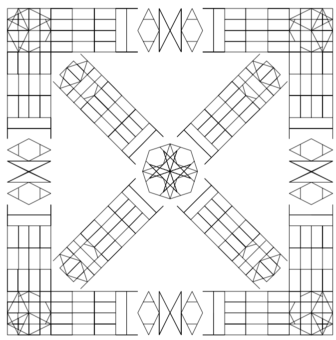


spiegelen:

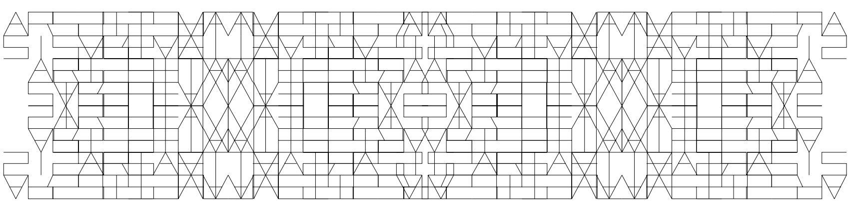
Met wat kantelen en doubleren bijvoorbeeld laten deze lettergroepen zich schikken tot A&M-etiketten:

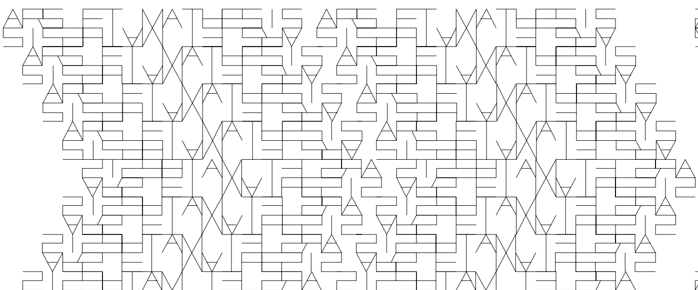


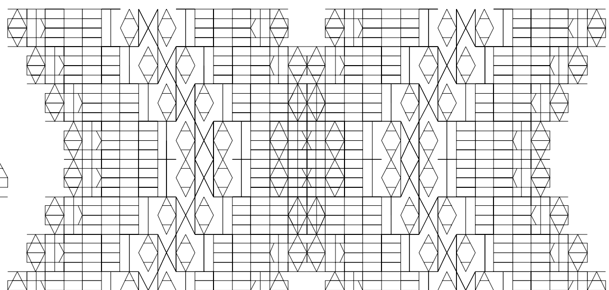




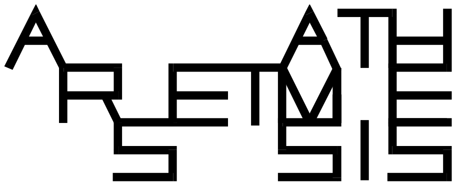
Maar er kan - via verdere omkeringen en verschuivingen - ook canonisch en fugatisch mee gespeeld worden:



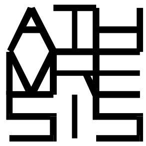




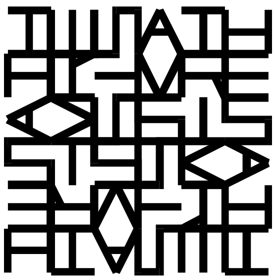
Weer andere opties blijken wanneer de letters worden gegroepeerd: In deze ordening is er al wel een brug tussen kunst en wiskunde, maar ze gaan nog niet in elkaar op. Hun ware wisselwerking springt er pas goed uit wanneer ars en mathesis in elkaar worden geschoven.



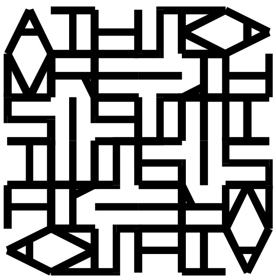
Overlap van A en S maakt een grondvorm mogelijk waarmee verder gespeeld kan worden: Als solitair figuurtje niet zo veelzeggend; kunst en wiskunde tezamen hebben belang bij veelzijdigheid en veelvuldigheid om verbeelding op te roepen. Dan vertellen ze zelfs een verhaal.



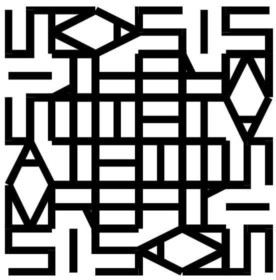
Het onderstaande stripje illustreert dat, in de vorm van een compact "letterlijk-verslag" van een Ars et Mathesisdag:



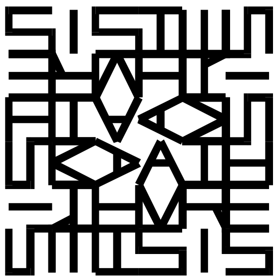
1. "A&M-mers" gaan zaterdags soms al bij 't vroeg hanengekraai op pad: 't is hún dag!



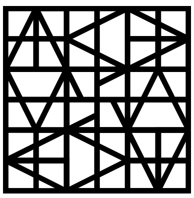
2. Uit alle windstreken trekken de ware wiskunst-liefhebbers naar hun vaste plek Baarn.



3. Vol Verwachting gaat men Het Brandpunt binnen en kijkt vast wat in het rond.



4. De A&M-dag zelf: Het Brandpunt als hét trefpunt voor gedeelde arthetische genoegens.

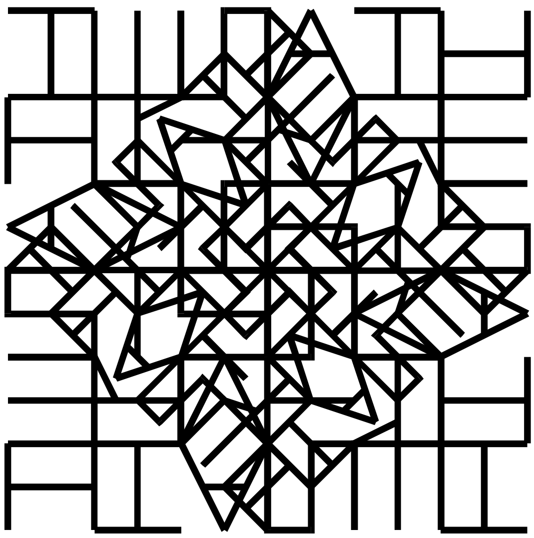


Op soortgelijke wijze laat onze Stichting zich in één oogopslag van alle 4 kanten bekijken. Je kunt kortom met enig roteren en combineren letterlijk uren, dagen doorexperimenteren.

Verdere terreinverkenning laat ik maar aan de inspiratie en fantasie van de lezer/kijker over.

Vooruit: nog ééntje dan - om er tot besluit een vrolijke draai aan te geven!

Ineke Lambers



ARS ET MATHESIS

BEWIJS VAN GRATIS TOEGANG
voor donateurs
voor de
ARS ET MATHESISDAG
9 november 1996