Arthesis

Mededelingenblad
van de Stichting
Ars et Mathesis

redaktieadres:
Nieuwstraat 6
3743 BL Baarn

jaargang 10
nummer 1
februari 1996

ARS ET MATHESISDAG 1995

De Ars et Mathesis-dag 1995, gehouden op zaterdag 11 november j.l., was wederom een goed bezochte en rijk geschakeerde dag, waarop veel interessants en moois te beluisteren en te bekijken viel; van muziek tot computergrafiek, van een knoop-ontknoping (zie ook de vorige 2 nummers van Arthesis) tot drie-dimensionale prentbriefkaarten (zie hieronder). Geen puntsgewijze nabeschouwing van alle programma-onderdelen dit keer; in plaats daarvan is in deze Arthesis zowel als in komende nummers het een en ander te vinden dat teruggrijpt op onderwerpen van de Ars et Mathesis-dag 1995.

DE MOOIE VERHOUDINGEN VAN QUADIM

Quadim stuurde een drietal driedimensionale prentbriefkaarten (zogenaamde prentdooskastwerken) naar het Brandpunt in Baarn ter gelegenheid van de Ars et Mathesisdag 1995. De kenmerken van de werkjes waren: een rode kerstster, een witte mini-cyclaam en een blauw kaaps viooltje. Aan de bezoekers werd gevraagd de drie werken te beoordelen op hun proporties: op een kaartje kon men aangeven welk van de drie werken de mooiste verhoudingen had van lengte, breedte en hoogte. Tevens kon men desgewenst de keuze motiveren of anderszins commentaar leveren. Ruim de helft van de bezoekers nam deel aan de mini-enquête, er werden 41 antwoorden gegeven. Het resultaat zag er als volgt uit: rood 21 x - wit 8 x - blauw 12 x.

De volgende commentaren werden bijgevoegd:

Rood:

- het totaal heeft een openheid, ook de kleurcombinatie heeft hierin een functie: rood-bruin
- gulden snede? A:B=B:(A+B)
- is gewoon zó
- rank vind ik mooi, wit en blauw zijn plomp
- “rood” is de meest elegante vorm, de andere zijn logger
- hoewel ik de rode euphorbia foeilelijk vind, vind ik het kastje het mooiste
- het rode kastwerkje voldoet aan mijn behoefte aan helderheid, harmonie en orde; de verhoudingen zijn in dit kastje zo *duidelijk* op te merken, ongeveer 1 op 2, en dat is voor mij het aantrekkelijke
- wit is bekrompen, blauw te oubollig, maar rood het spannendst
- geen van de drie heeft goede verhoudingen.

Wit:

- op ooghoogte is “wit” het mooiste, geeft door het stabiel karakter meer rust.
- doos B, maar de bloem in de doos rood.

Blauw:

- de blauwe, ook wat de inhoud betreft
- het rechter kastje, de zacht violette kleur in zwarte pot is mooi in harmonie met het hout van de achtergrond
- dit kastje heeft een ziel
- de zaak maar blauw-blauw laten
- de voorkeur komt misschien voort uit het feit dat de zes vlakken ongeveer de zelfde lengte/breedte verhouding hebben
- als je er schuin op kijkt vult de plant precies het kader
- laag op tafel op zichtstandpunt.

Welke verhoudingen liggen nu ten grondslag aan de drie kastjes?

Rood

De binnenafmetingen zijn in dit geval 10:16:26. Dit komt overeen met de gulden snede, de verhouding die ontstaat wanneer een lijnstuk in twee delen wordt verdeeld waarbij de verhouding van het kleinste deel tot het grootste deel overeenkomt met de verhouding van het grootste deel tot de som van het kleinste en grootste samen. Een verhouding met een zeer lange reputatie.

Wit:

De afmetingen in dit geval zijn 11,35:20,45:25,5. Ze zijn gebaseerd op de verhoudingen k:g:m die resulteerden uit de vraag (beantwoord door van der Blij en Vastrick): hoe verdeel je een lijnstuk op een mooie manier in drieën?; zie het kadertje op deze bladzij[1]. De auteurs vinden dan als een goede benadering van k:m:g = 227:409:510.

Blauw:

De afmetingen zijn nu 14:18,5:24,5. deze zijn ontleend aan het artikel over de architectuur van Dom Johannes van der Laan (zie Arthesis jaargang 9 nummer 3, augustus 1995, p. 189 t/m 193).
Uitgaande van de serie van zeven basislengten vindt u daar deze verhoudingen voor de eerste drie termen van de éénmaal verkleinden.

We willen de gulden snede generaliseren tot een zevensnede, gebouwd met de regelmatige zevenhoek, op analoge wijze als de gulden snede uit de regelmatige vijfhoek gebouwd werd.
We gaan uit van de figuur van de regelmatige zevenhoek ABCDEFG zoals getekend in figuur 2.

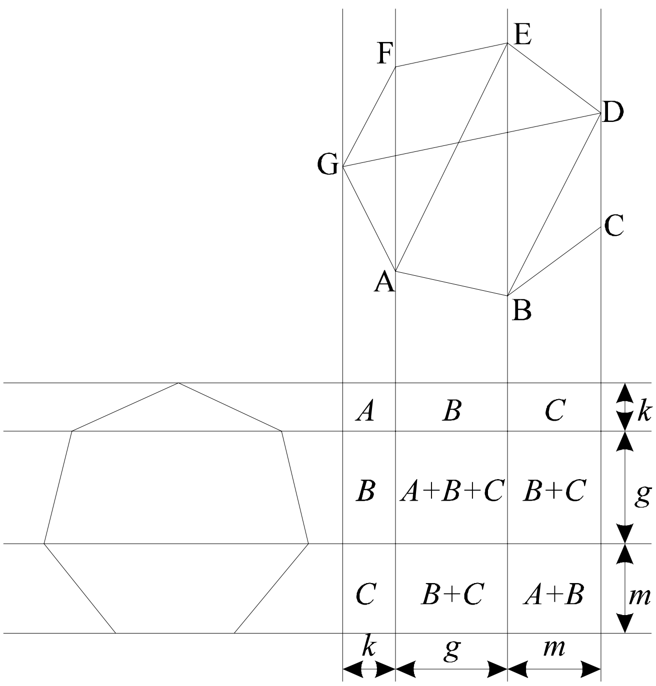


fig. 2

De diagonaal *GD* wordt door de diagonalen *AF* en *BE* in drie stukken verdeeld.
Deze stukken verhouden zich als k:g:m, waarin k, g en m(iddelste) de lijnstukken in het getekende vierkant zijn. In de figuur zien we

$$k : g : m = GF : AE : BD$$

---

1 Het kader is ontleend aan de Nieuwe Wiskrant, Tijdschrift voor Nederlands Wiskunde Onderwijs, 14e jaargang nr 2 (januari 1995)

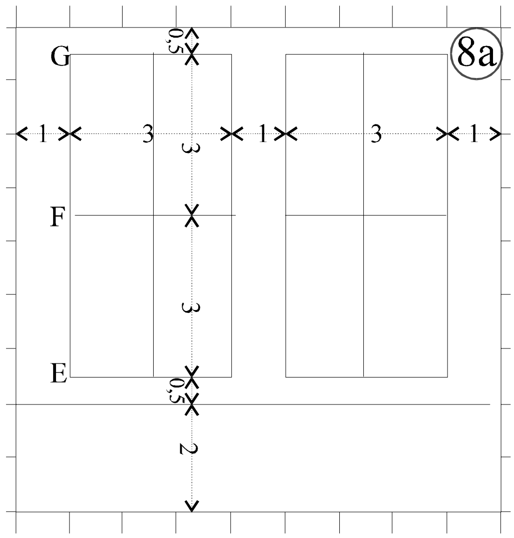
EEN LESJE 15-DE EEUWSE PERSPECTIEF
(deel II)

In het vorige nummer van Arthesis kon u kennisnemen van het eerste deel van dit artikel.

Om het geheugen op te frissen: het gaat om het in perspectief brengen van een kamerinterieur volgens de methode van Alberti: een kamer van 3.60 m hoog, met tegels van 40x40 cm als vloer, het af te beelden gedeelte is 9 tegels diep en 5 tegels breed.; de linker zijmuur heeft twee ramen en een vensterbank, waarvan de afmetingen in figuur 8a gegeven zijn. Het oog van de schilder bevindt zich 1.20 m boven de vloer en hij zit precies tussen de 3e en 4e tegel van links.

We waren gevorderd tot en met stap 7; in het tweede deel hieronder de resterende stappen, te beginnen met de maten (tekening 8a) en de perspectief-constructie van ramen en vensterbank, om tenslotte uit te komen bij het eindresultaat van een volledig interieur.

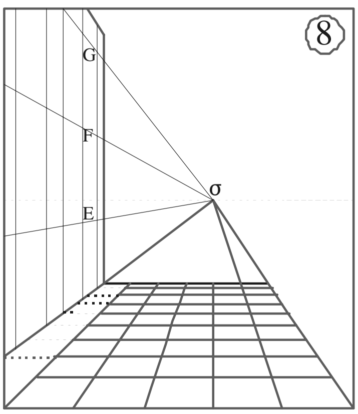
8a. De maten van de ramen en de vensterbank aan de linkermuur zijn in de figuur hiernaast in tegelmaten opgegeven. We zullen eerst de ramen en daarna de vensterbank in perspectief construeren.

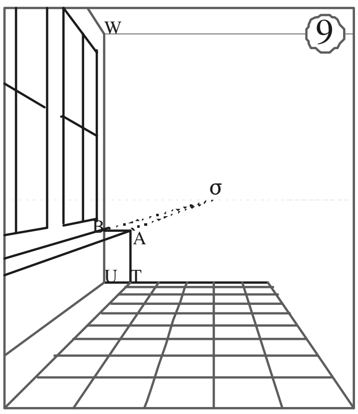


8. Trek de horizontale tegellijntjes door tot ze de linkermuur raken. Uit figuur 8a lezen we af waar we de vertikale lijnen moeten tekenen die de vensters begrenzen. De hoogte van de ramen is 2,5 t. We passen dit op de verst gelegen loodlijn af en vinden E. Daarna passen we EF=FG=3t af.

Trek 0E, 0F en 0G.

Daarmee zijn de ramen in perspectief geconstrueerd.

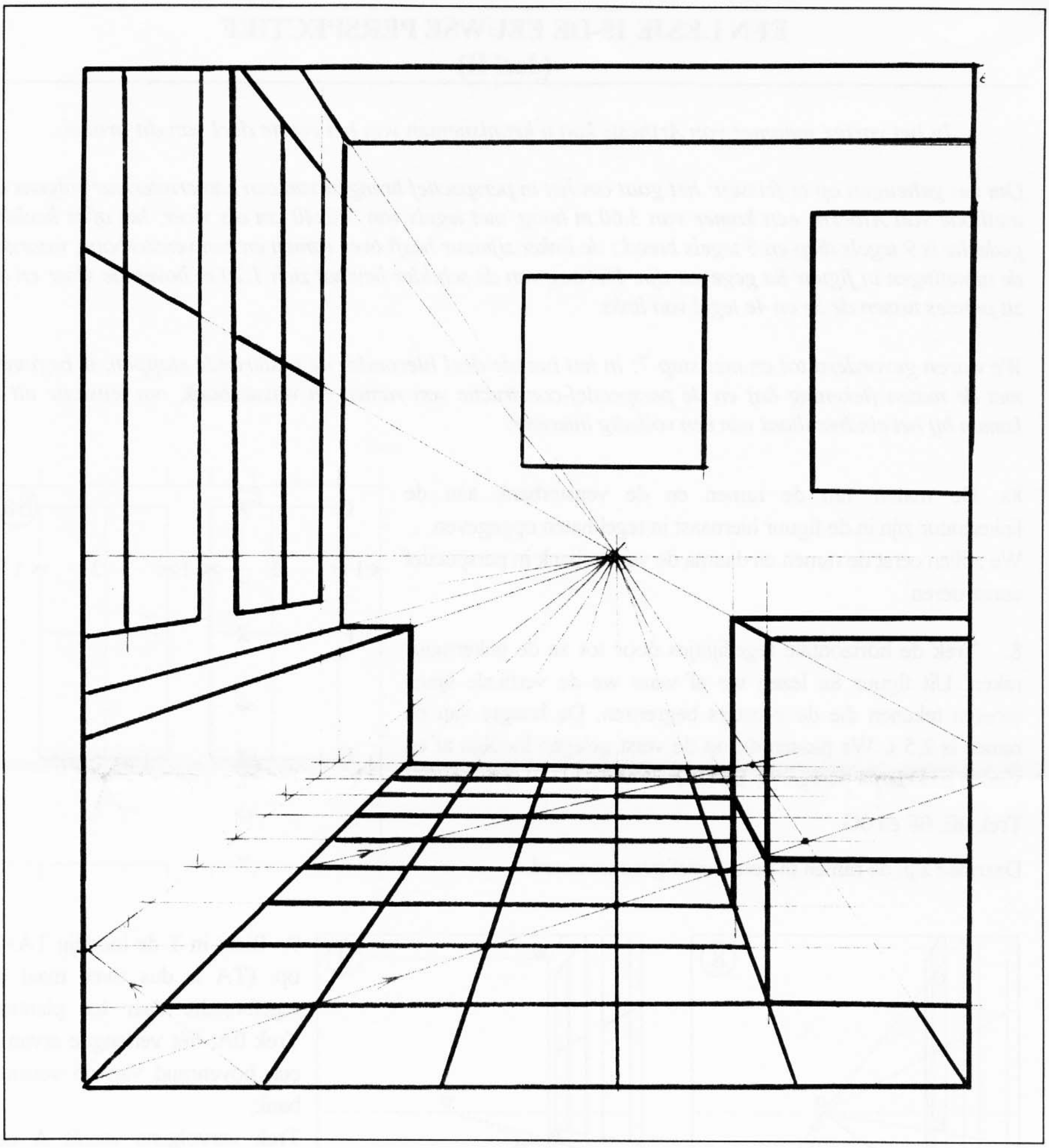




9. Richt in T de loodlijn TA=2t op. (TA is dus twee maal de tegelbreedte daar ter plaatse). Trek 0A; het verlengde ervan is een bovenrand van de vensterbank.
Trek vervolgens vanuit A een lijnstukje AB evenwijdig aan de grondlijn (B is het snijpunt met UW). Trek OB; het verlengde ervan vormt de andere bovenrand van de vensterbank.

10. Om de kamer wat op te vullen, zetten we rechts nog een tafel op 1t van de grondlijn, 2t diep en 2,5 t hoog (de procedure is dezelfde als bij het construeren van de vensterbank). Rechts boven tekenen we voor het evenwicht nog twee schilderijen op de achtermuur.

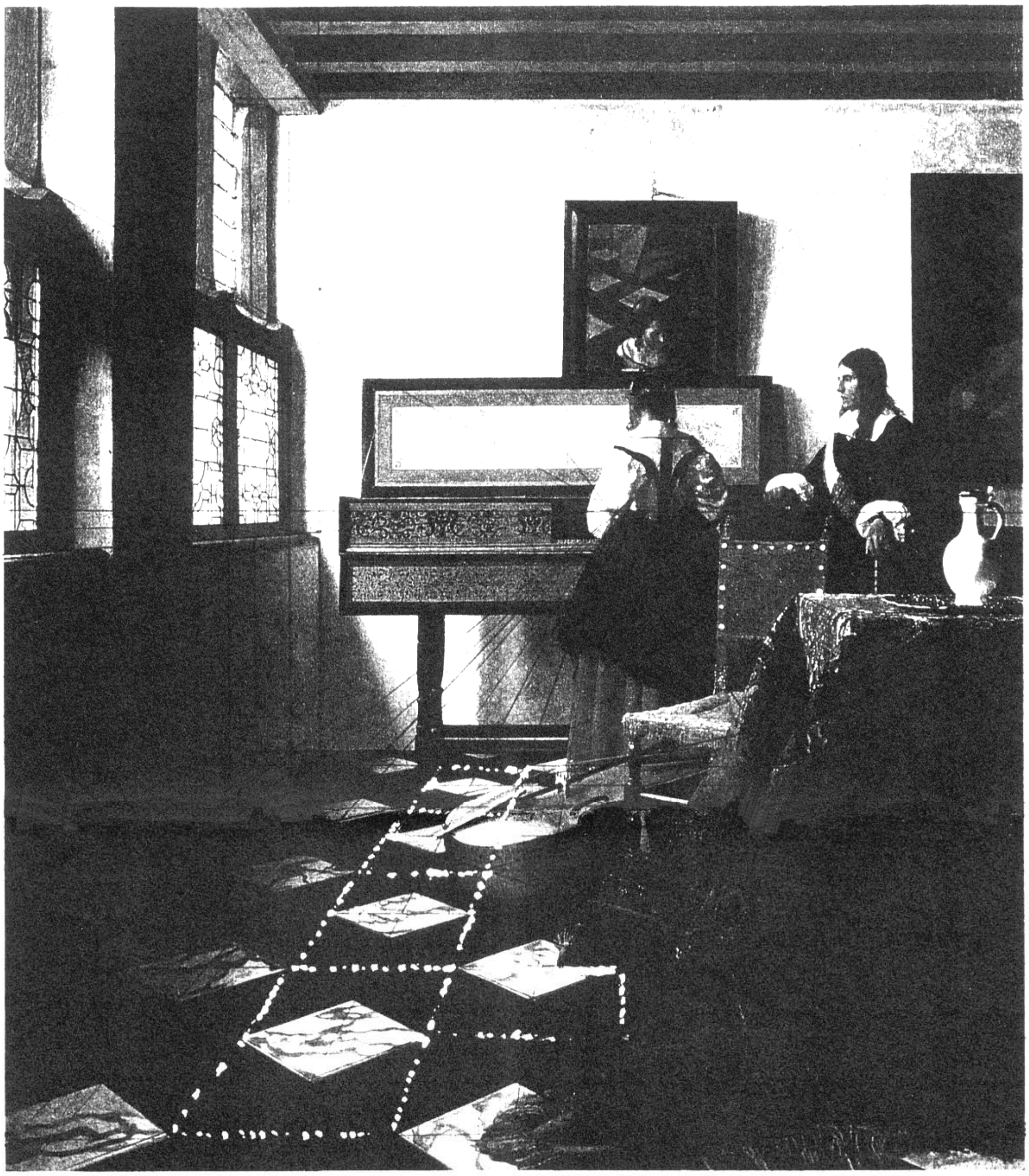
Op de volgende pagina is het resultaat te zien, met inbegrip van de onder 10 beschreven toevoegingen, van de perspectivische constructie "op ware grootte".



Het komt vrij goed overeen met het perspectiefschema dat *Vermeer* gebruikte voor zijn schilderij *De Muziekles*, dat hij omstreeks 1664 maakte.

Die overeenkomst is niet verwonderlijk, omdat we bij het maken van deze “les in perspectief” van dit schilderij zijn uitgegaan; er zijn wat vereenvoudigingen aangebracht, omdat we alles zoveel mogelijk met een maateenheid van 40 cm getekend hebben. Op de volgende pagina is het eigenlijke schilderij weergegeven.

De kamer is hoogstwaarschijnlijk de bovenverdieping van het huis van Vermeers schoonmoeder aan de Oude Langendijk in Delft, waar Vermeer met zijn gezin woonde en op de bovenverdieping zijn atelier had.
Dezelfde hoek van het atelier en hetzelfde perspectiefschema heeft Vermeer in nog vijf andere schilderijen gebruikt.

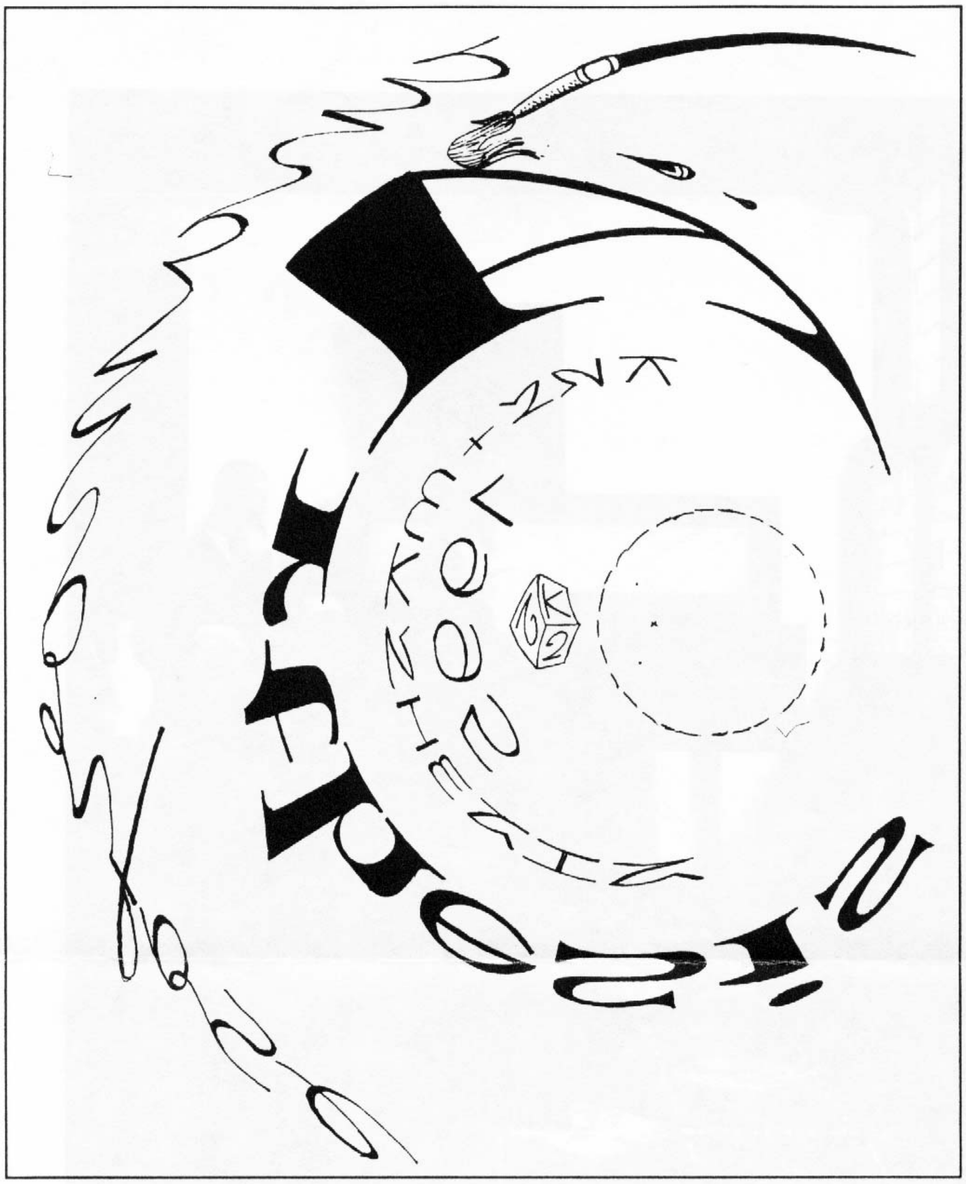


Philip Steadman heeft aan de hand van deze schilderijen een schaalmodel van het atelier gemaakt en aan de hand daarvan deze schilderijen fotografisch gereconstrueerd; zie *Martin Kemp: The Science of Art*, 1990, p.195.

J.A.F. de Rijk

Stichting Ars et Mathesis

Inlichtingen en aanmelding als donateur: Beverodelaan 205, 6952 JH Dieren, tel. 0313-413307. Financiële bijdragen (minimum-donatie fl 30,- per jaar) kunnen worden overgemaakt op bankrekeningnummer 55 27 11 896 t.n.v. Ars et Mathesis te Baarn; het gironummer van de ABN/AMRO-bank te Baarn is: 32750. S.v.p. duidelijke vermelding van uw eigen naam en adres, en van Ars et Mathesis.



NIEUWE ANAMORPHOSEN VAN A. GODDIJN

Door Adrian Goddijn werden op de Ars et Mathesisdag 1995 een viertal anamorphosen, ingelijst, ter beschikking van de stichting gesteld. Zijn voorstel was ze voor fl. 250,- per stuk aan belangstellenden aan te bieden. Heeft U er belangstelling voor, laat het ons dan even weten. We zullen graag op Uw vragen reageren.

Hiernaast ziet U de nieuwe anamorphose van Goddijn afgebeeld die ook zal worden opgenomen in de nieuwe (engelstalige) editie van de Ars et Mathesis brochure die thans in voorbereiding is.

HYPERRUIMTE

In het boek *Hyperruimte* van *Michio Kaku* vertelt de auteur over de mogelijke toepassing van meerdimensionale ruimtes in de natuurkunde. Eén van de mogelijkheden lijkt het samenvatten van de verschillende natuurkrachten in één universeel systeem van 10 dimensies. Hieruit kunnen dan zowel de electromagnetische krachten, de zwaartekracht, de zonne-energie als de atomaire krachten worden afgeleid. Een droom voor natuurkundigen! Twee uitdagingen liggen daarbij nog in het verschiet: in de eerste plaats zal het voorlopig niet lukken om de theorie experimenteel te verifiëren, en ten tweede moet de wiskunde die nodig is om de vergelijkingen op te lossen nog worden ontwikkeld. Nieuw is in elk geval dat het er op lijkt, dat de meerdimensionale gedachte - meer dan de 4e (ruimte-tijd) of de 5e (met een extra ruimtelijke dimensie) - ondanks het feit dat we ons er geen voorstelling van kunnen maken (onvoorstelbaar) een toepassing vindt in de natuurkunde.

H.P. van Tongeren

Michio Kaku: Hyperruimte, een wetenschappelijke odyssee langs parallelle heelallen, tijdsprongen, zwarte gaten en de tiende dimensie; Uitgeverij Contact.

EEN ONOPGELOST PROBLEEM IN HET DOMEIN VAN DE VLAKVERDELINGEN

Dit artikel is gebaseerd op de lezing gehouden op de ontmoetingsdag van Ars et Mathesis op 11-11-1995 en werd verder nog uitgebreid met enkele wetenswaardigheden.
In deze Arthesis kunt u vast kennisnemen van de inleiding van het artikel, als voorproefje van het vervolg in een volgende editie van Arthesis.

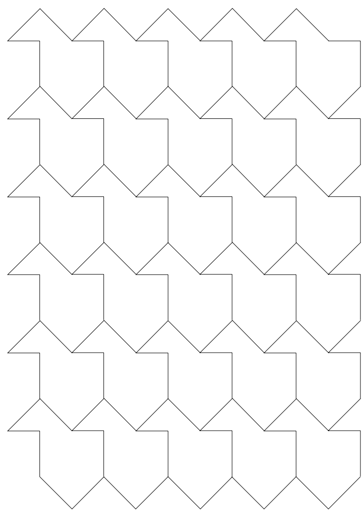
1. Inleiding

In het domein van de vlakverdelingen zijn er nog enkele onopgeloste problemen. Eén van deze problemen is het volgende: bestaat er een verzameling van a-periodieke vlakverdelingen waarbij men slechts één tegel gebruikt?

In een eerste gedeelte van dit artikel zullen we eerst trachten een duidelijker beeld te schetsen van wat eigenlijk het onopgeloste probleeem is, om vervolgens uit te leggen welke weg er gevolgd werd en welke resultaten er bekomen werden in de zoektocht om dit probleem op te lossen.

Voor alle duidelijkheid moeten we melden dat de onderstaande definities niet volledig in overeenstemming zijn met de wiskundig juistere definities zoals vermeld in het boek"Tilings and Pattern" van Prof. Grünbaum en Prof. Shephard, maar we hebben getracht ze zo begrijpbaar mogelijk voor te stellen.

a. Eerste vereiste: vlakverdeling met slechts één tegel



Als we een vloer volledig bedekken met tegeljes, zoals een badkamervloer die volledig bedekt is met vierkante of rechthoekige tegels, dan noemen we dit een vlakverdeling.

Vanzelfsprekend moeten de tegels niet een regelmatige vorm hebben; we kennen allemaal prachtige voorbeelden van tegels in de vorm van vogels of vissen uit de prenten van Escher.

In sommige prenten heeft hij vogels en vissen gekombineerd, maar dit is juist niet wat we zoeken. We zijn op zoek naar vlakverdelingen met slechts één soort tegel, bv allemaal vogels. Nu, die zijn niet zo moeilijk te vinden, daar kunnen we er oneindig veel van fantaseren. Dus dat is al geen probleem.

a. Tweede vereiste: a-periodieke verzameling

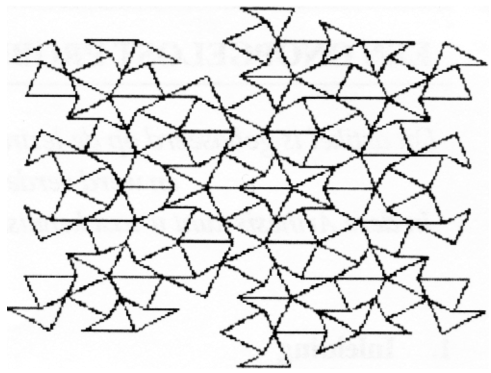
Tweede vereiste was dat de vlakverdeling a-periodiek moet zijn. Om het eenvoudig te zeggen: alle vlakverdelingen die we kunnen maken met een tegel mogen zich niet herhalen.

Dit wil praktisch zeggen dat als we een vlakverdeling op papier tekenen, we nemen daar een kopie van op transparant papier en we verschuiven deze kopie, dan mag die kopie nooit meer samenvallen met de oorspronkelijke tekening, hoever men de kopie ook verschuift in welke richting dan ook. Als we dit hebben zeggen we dat de vlakverdeling niet-periodiek is.

Maar we kunnen misschien nog andere vlakverdelingen maken met dezelfde tegel. En mogelijk is die dan wel periodiek.

Als nu alle mogelijke valkverdelingen die we maken met die tegel steeds niet-periodiek zijn dan noemen we de verzameling van vlakverdelingen met deze tegel a-periodiek.

Waarschijnlijk de best bekende a-periodieke verzameling is de verzameling van vlakverdelingen ontworpen door Prof. Penrose. Hij heeft twee tegels ontworpen en gelijk welke vlakverdeling men maakt met deze twee tegels, ze zijn steeds niet-periodiek. Dus de verzameling van alle vlakverdelingen met deze twee tegels is a-periodiek.

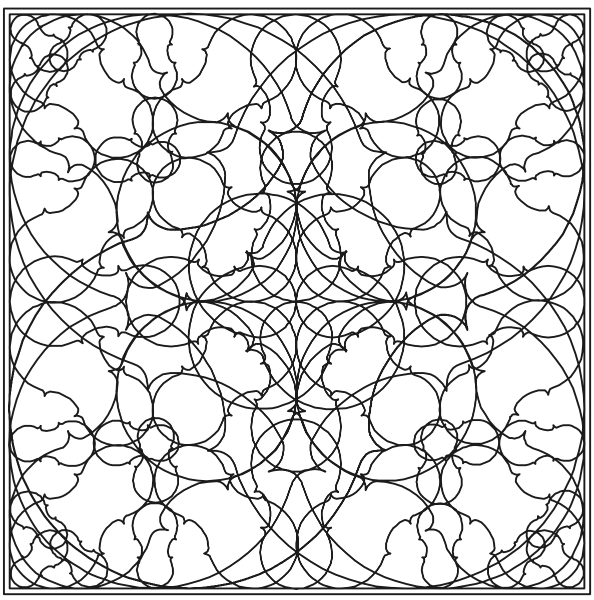


Het enige probleem waar we nog mee zitten is dat er twee tegels zijn gebruikt en we zouden graag een vlakverdeling hebben met slechts één tegel.

Samengevat: we gaan op zoek naar vlakverdelingen met slechts 1 tegel, die allemaal niet-periodiek zijn, en dan noemen we die verzameling a-periodiek.

P. Raedschelders

VEEL VIOLEN



Op de Ars et Mathesisdag konden de aanwezigen dank zij Rokus de Groot en Albert van der Schoot genieten van twee boeiende voordrachten over "Musica et Mathesis". Hopelijk is dit de opmaat voor veelvuldiger aandacht voor de muzikale invalshoek!

Als frivool voorzetje voor zo'n klinkend vervolg hiernaast een variant op het stokoude violen-grapje; U weet wel: wat is mooier dan 1 viool? - 2 violen!, en wat is dus nóg veel mooier? - véél violen!

Uit wat spelen met een (systematisch uit cirkelbogen herleide) viool-grondvorm kwam dit zoekplaatje te voorschijn: hoeveel strijkkwartetten (even afgezien van de verschillende maten van de vormen) spelen in het vierkant?

Expositie met (onder meer) geometrisch werk in Noordwijk (Gr)

Van *27 april t/m 3 mei* wordt er in *Galerie "Space", Heideweg 12 te Noordwijk (gem. Marum)* een expositie gehouden in huis én tuin met twee- en drie-dimensionaal werk van 6 beeldend kunstenaars:

- Hann Boerrigter (Mussel): keramiek en vingersculptures
- Len Grassère-Peperkamp ('s Hertogenbosch): keramische sculpturen
- Lolke van der Bij (Maarssen): sculpturen van roestvrij staal
- Gerard Grassère (overleden 1993): schilderijen en gouaches
- Jan de Boer (Noordwijk, Gr.): schilderijen
- Ineke Lambers-Hacquebard (Opende): tekeningen en computergrafiek

Openingstijden: zaterdag en zondag van 11.00-20.00 uur - maandag t/m vrijdag van 16.00-20.00 uur

Nadere inlichtingen: Reino de Boer-Wierda, Heideweg 12, 9824 TJ Noordwijk, tel. 0594-659376