

Arthesis

Mededelingenblad
van de Stichting
Ars et Mathesis

redactieadres:
Nieuwstraat 6
3743 BL Baarn

jaargang 8
nummer 1
februari 1994

VERSLAG VAN DE ARS ET MATHESISDAG 1993 (6 november in het Brandpunt te Baarn)

Een uur vóór het begin van de bijeenkomst waren verschillende exposanten al bezig met het opstellen van hun tekeningen, apparatuur, enz. Ondanks de tegelijkertijd gehouden Fermat-bijeenkomst in Utrecht, was de zaal om 10.30 vol,

1. en begon *Peter Raedschelders* met een voordracht over zijn vlakvullingen met "verboden hoeken" en hun oorsprong in de bekende niet-periodieke regelmatige vlakvulling van Penrose. Het was een uiterst helder en plezierig betoog, met beelden die af en toe spontaan applaus uitlokten.
2. *Ineke Lambers* liet zien hoe met uiterst eenvoudige middelen (kleurpotlood op papier) en met simpele constructievoorschriften interessante en aantrekkelijke vlakvullingen in het vierkant ontstaan.
3. Daarna verraste *Albert van der Schoot* ons met een voor mathematici wel zeer ongewone beschouwing over platonische lichamen. Hierbij kwam Kepler naar voren als de man die de harmonie van de kosmos meesterlijk had beschreven met de vijf platonische lichamen. In zijn eigen ogen en in die van zijn tijdgenoten was dit een veel belangrijker ontdekking dan de drie beroemde wetten, die de beweging van de planeten rond de zon beschreven. Nu zien wij het eerste als een wondermooi gedachtenspinsel en het laatste als basis voor het Newtoniaanse wereldbeeld.
4. De demonstratie van *Hans Kuiper* moest helaas vervallen omdat de apparatuur weigerde. Volgend jaar komt hij terug.
5. *Peter Visser* kwam met een korte poëtische overdenking van de vierde dimensie. U vindt deze in dit Arthesis-nummer afgedrukt.
6. *Hans de Rijk* had foto's meegebracht van modellen van onmogelijke figuren. Ze zijn bekend uit zijn publikaties, maar nu had hij er ook de modellen zelf bij tentoongesteld. Aan de hand van twee anaglyphen van Coos den Tonkelaar liet hij zien hoe onmogelijke figuren, ook in de ruimte zwevend, visueel tastbaar gemaakt konden worden.
7. Omdat na de pauze een workshop gehouden zou worden voor de liefhebbers hield *Koos Verhoeff* daarover

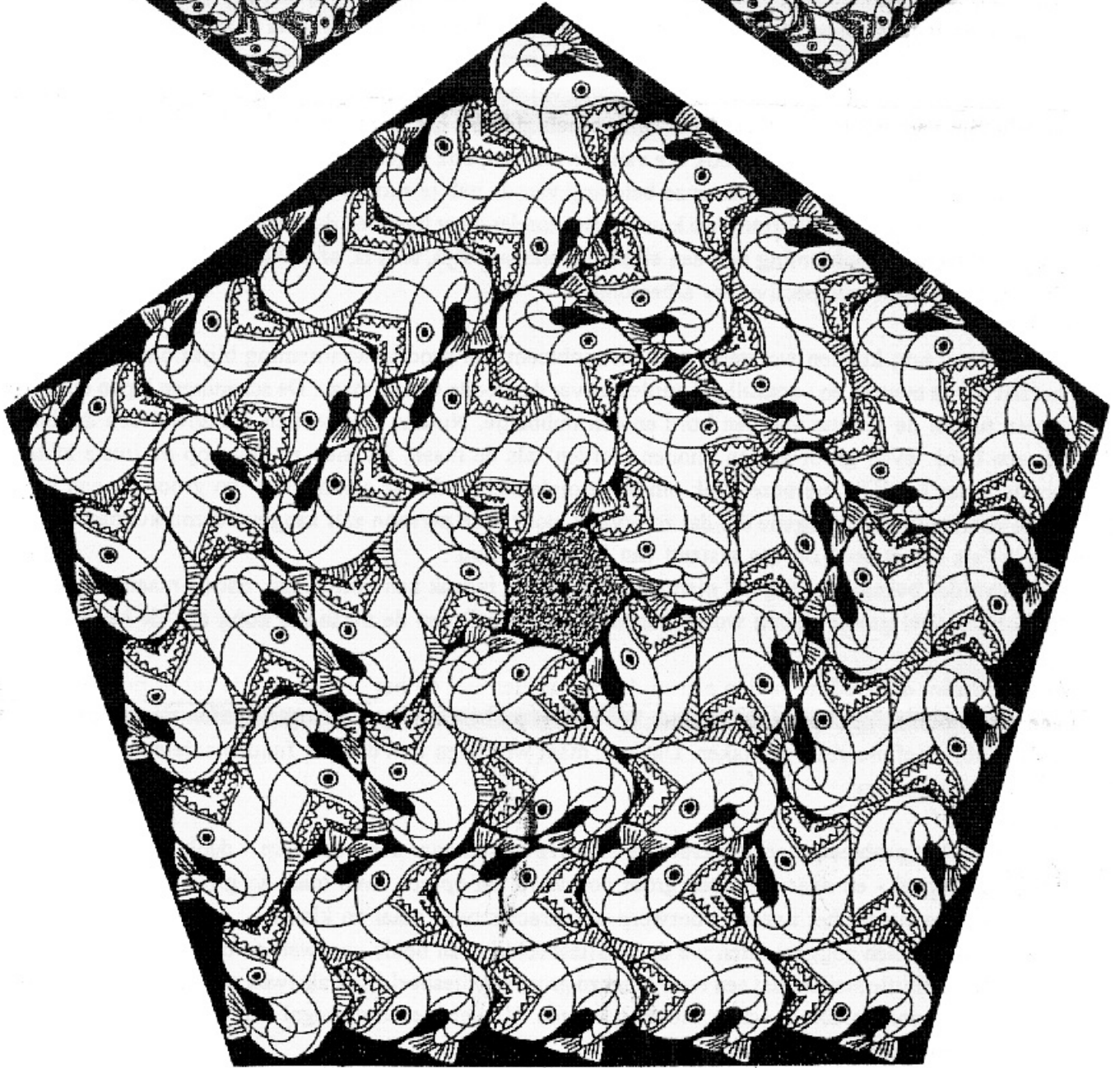
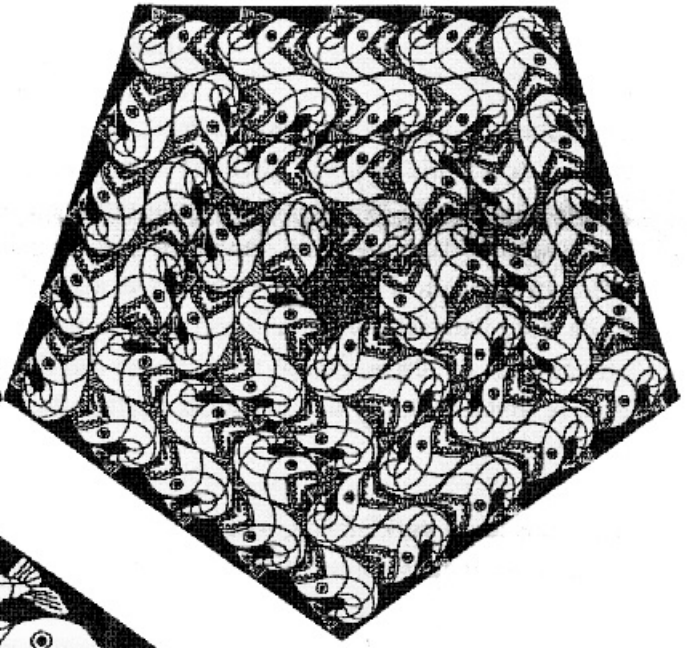
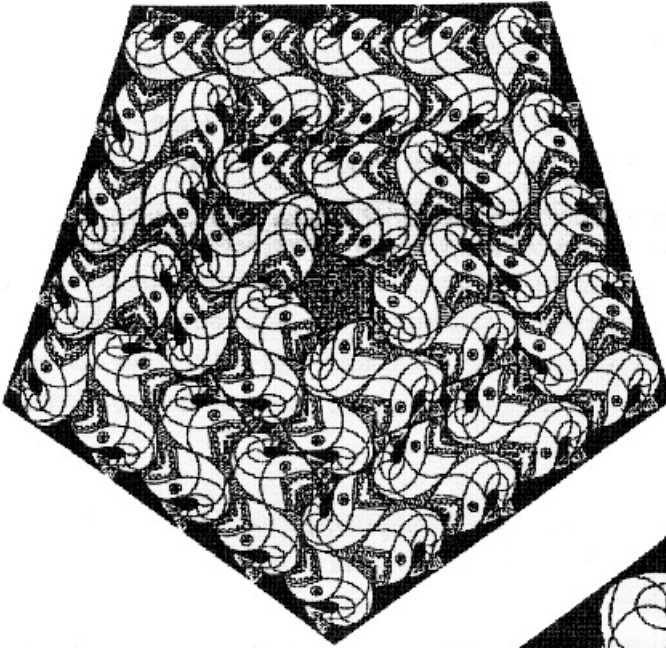
een korte inleiding. Het is ongelooflijk wat met dit eenvoudige en eenvoudig te monteren bouw materiaal (**Polydron** uit Engeland, geïmporteerd door LEKOPRO in Amsterdam) gemaakt kan worden.

8. De *workshop* verliep gezellig informeel, iedereen kwam een kijkje nemen en ongeveer de helft van de aanwezigen was druk aan het knutselen onder leiding van Verhoeff.
9. Vóór de pauze gaf *Rolf Snijders* nog een video-demonstratie. Het was een technisch hoogstandje rond het thema fractals en gezichten.
10. Na de pauze liet *Piet van Mook* zijn ruimtelijke vormen van draden en stangen zien, die hij had geconstrueerd lang vóór de bekendheid van zulke voorwerpen door de 10 meter hoge toren van Snelson. Jammer genoeg moest de uitleg kort zijn, want Van Mook wilde ook nog een video-filmpje vertonen over bewegende onmogelijke figuren. Het was een vervolg op de experimenten die hij twee jaar geleden had getoond. Er waren heel uitzonderlijke, ook komsiche, effecten bij.
11. Tot slot van de middag kwam *Koos Verhoeff* met enige nieuwe fractalbomen van Pythagoras. Het waren onverwachte vondsten, niet alleen van materiële schoonheid maar ook op het vlak van de wiskunde.
12. Het slot van het slot werd gevormd door een boutade van *Pek van Andel*; weinigen zullen er iets van kunnen navertellen, maar het gelach was - als resultaat van zijn gedachtensprongen, zijdelingse opmerkingen en boodschappen aan de mensen die voor ons in ons land de zaken regelen - constant aanwezig.
13. Ook *de heer Herni* was aanwezig met een aantal van zijn fraaie fineerpaneeltjes van onmogelijke figuren.
14. De heer Hoogenboom had ook twee van zijn schilderijen meegebracht, die deden verlangen naar meer. Volgend jaar!

VIJFTIG VROLIJKE TOVERVISJES

In Arthesis jaargang 6, nummer 2 van juni 1992 maakten we kennis met het tovervisjesvierkant van Peter Raedschelders. Daar waren het vraatzuchtige vissen, witte en zwarte, die in een tovervierkant waren gegroepeerd. Door een aantal bewerkingen was het mogelijk er echte getallen tovervierkanten uit af te leiden, zelfs het jaar 1992 als resultaat van de som van de getallen kwam er uit tevoorschijn.

Op de Ars et Mathesisdag 1993, op 6 november, zagen we Peter terug in Baarn. Hij vertelde daar ook dat er als resultaat van de interactie met onze stichting weer nieuwe tekeningen terug ontstaan zijn. Nu zagen we het tovervisje weer, maar nu in een regelmatige vijfhoek; hij is wat vrolijker geworden en er zijn er nu een vijftigtal (vier cirkels: $5 + 10 + 15 + 20$). Het overblijvende gedeelte in het midden van de tekening, een vijfhoek, is nu opgevuld met de verkleinde versie van de originele afbeelding, enzovoort. Daarbij blijkt de vijfhoek over een hoek van 18 graden te zijn gedraaid. De vijfde vijfhoek staat zo weer in dezelfde positie als de oorspronkelijke. De 50 visjes zijn gebaseerd op 50 vijfhoekjes, die zodanig geplaatst werden dat de tussenruimtes tussen de vijfhoekjes steeds dezelfde vorm hebben. Eén vijfhoekje samen met één bijbehorende tussenruimte werd opgevuld met een visje. Het leek ons leuk om ook degenen die niet in de gelegenheid waren in Baarn aanwezig te zijn, toch kennis te laten maken met dit mooie produkt: in meervoud te bewonderen op de bladzijde hiernaast.



ZIEN HOE GROOT IETS IS

Lengtemeting heeft zo zijn problemen... maar in de fysica zijn die - in ieder geval in principe - opgelost. Als we echter niet kunnen (willen) meten, maar alleen kijken naar de dingen om ons heen, dan stelt groottebepaling of groottevergelijking ons voor een fundamenteel probleem.

De uitspraak: "we zien een voorwerp kleiner naarmate het verder van ons verwijderd is", vinden we in Euclides' *Optica*. Dat komt op ons over als een waarheid als een koe, als een overbodige constatering. Toch is het waarschijnlijk dat de primitieve mens zich niet van dit feit bewust was.

We zouden dit kunnen afleiden uit de afbeeldingen uit culturen die dit grootteverschil in het geheel niet gebruikten om een grotere afstand aan te duiden, maar veeleer de relatie van het afgebeelde tot de mens die het tekende of schilderde.

Voor ons is de verkleining, met het toenemen van de afstand, een grondprincipe van het afbeelden. In Chinese en Japanse prenten zien we dat dit niet per se noodzakelijk is, vooral in voorstellingen die een binnenruimte weergeven. De axonometrische projectie die daaraan ten grondslag ligt is zeker niet onbevredigend. In zo'n besloten ruimte *ervaren* wij ook nauwelijks of geen grootteverschillen die het gevolg zijn van dichterbij of verderaf; alles speelt zich als het ware binnen handbereik af. Bovendien worden alle evenwijdige lijnen, ook die van ons aflopen, ook afgebeeld als evenwijdige lijnen, hetgeen meer in overeenstemming is met onze beleving van de nabije ruimte dan de convergerende lijnen uit de klassieke perspectief. Kortom: we kunnen niet zonder meer beweren dat deze "huiskamerperspectief", waarin afstand en verkleining niet aan elkaar gerelateerd zijn, fout is, of zelfs maar minder correct dan onze gebruikelijke perspectivische afbeelding.

Hoezeer wij nog kunnen worstelen met het probleem van grootte-waarneming blijkt onder andere uit het feit dat de mensen zo verschillend oordelen over de grootte van de maan. De schattingen lopen ongeveer uiteen tussen de grootte van een bord en een dubbeltje. Nu kan men stellen dat zowel een dubbeltje als een bord "even groot gezien kunnen worden" als de maan, als men ze maar op de juiste afstand houdt; maar het lijkt me onredelijk om te veronderstellen dat de aanduiding "zo groot als een bord" in de voorstelling van degene die dat zo ervaart, door deze persoon zelf aangevuld zou kunnen worden met.... "als ik het bord op een afstand van 10 meter houd".

Het is verder bekend dat vrijwel niemand zich aan de indruk kan onttrekken, dat de maan vlak boven de horizon veel groter gezien wordt (tussen 2 en 3 maal) dan de maan die hoog aan de hemel staat..

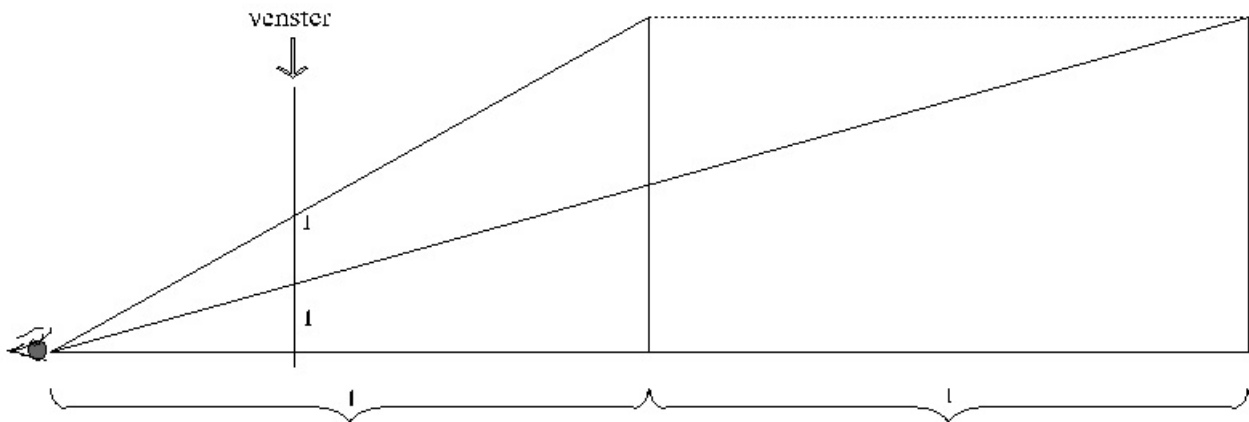
Het probleem dat we hier willen aansnijden ligt echter niet op het gebied van de subjectieve beleving van de grootte in relatie tot de afstand. We willen proberen de *grootte die wij zien* op een of andere manier objectief meetbaar te maken. Dat kan; maar we zullen zien dat hier fundamentele moeilijkheden tevoorschijn komen.

We willen het probleem heel concreet stellen: We kijken naar een voorwerp - denk bijvoorbeeld aan een lantaarnpaal - en naar een even groot voorwerp dat op een twee maal zo grote afstand staat. De vraag is: zien we nu het tweede voorwerp ook precies twee maal zo klein?

We zouden kunnen zeggen: laten we de netvliesbeelden van beide voorwerpen opmeten. Dat houdt in dat we per definitie stellen, dat een twee maal zo groot netvliesbeeld ook als twee maal zo groot voorwerp wordt waargenomen. Dit is echter niet te bewijzen. Verder kleven er nogal wat moeilijkheden aan het meten op een gekromd netvlies.

Laten we het netter doen. We gaan op enige afstand voor een venster staan en kijken door het glas naar beide voorwerpen. We vragen iemand om op onze aanwijzingen de grootte van beide voorwerpen op het glas af te tekenen.

figuur 1



Deze werkwijze komt geheel overeen met die van de klassieke perspectief. Bij nameten blijkt dat het dichtstbijzijnde voorwerp precies tweemaal zo groot op de ruit verschijnt als het verderaf liggende. Het is meetkundig eenvoudig te bewijzen dat dit bij deze opstelling ook zo moet zijn.

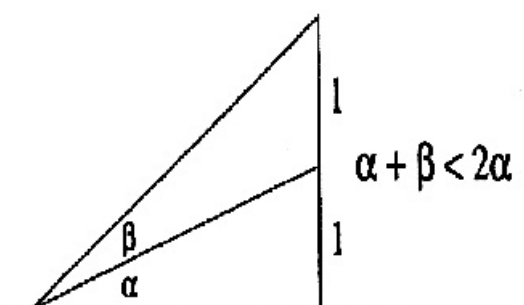
We hebben nu Euclides' uitspraak gepreciseerd. Uit de meetkundige relatie kunnen we afleiden: de waarneembare grootte van een voorwerp is omgekeerd evenredig met de afstand tot ons oog. Is het probleem nu opgelost? Nee, want in de proefopstelling is al helemaal vastgelegd wat wij verstaan onder de uitdrukking "ik zie het voorwerp zó groot". Euclides en andere geleerde tijdgenoten zouden deze proefopstelling om te meten hoe groot wij de dingen om ons heen zien, niet geaccepteerd hebben. En dat zeker niet alleen omdat het toepassen van de centrale projectie (perspectief) op het maken van afbeeldingen van onze omgeving hen vreemd was, maar omdat zij een andere definitie van de grootte waaronder wij de dingen zien hanteerden. Uit verschillende geschriften blijkt dat zij de grootte waaronder wij de dingen zien relateerden aan de hoek waaronder wij de dingen zien. Deze omschrijving wordt ook heden ten dage door de astronomen gehanteerd.

In figuur 2 zien we dat deze opvatting niet strookt met de perspectivische. De hoek waaronder we een voorwerp zien als het zich van ons verwijdert, neemt langzamer af dan de grootte die uit het perspectivische model te voorschijn komt. Hoe kleiner de hoeken zijn, des te minder zullen de uitkomsten van beide opvattingen verschillen.

figuur 2

Beide opvattingen hebben evenveel recht van bestaan; we zullen een keuze moeten maken die het beste aansluit bij de context waarin wij het begrip "hoe groot zien wij..." gebruiken. Zelfs als we nog helemaal geen rekening houden met het ingewikkelde proces van informatieverwerking in onze hersenen is dus het vastleggen van het begrip "hoe groot zien wij iets" niet eenduidig mogelijk.

J.A.F. de Rijk



Op de Ars et Mathesisdag heeft U enige anaglyphen van Coos den Tonkelaar gezien. Ik vermeldde daarbij dat er een miniboekje met anaglyphen van Coos den Tonkelaar in kleine oplage was verschenen. Er waren toen mensen die het wilden bestellen, maar ik wist het adres niet uit mijn hoofd. Daarom vinden belangstellenden hierbij nog enige informatie. Omdat de eenmalige kleine oplage snel uitverkocht is doet U er goed aan even eerst de uitgever te bellen om te weten of er nog exemplaren zijn.

De uitgever is:

Philip Elchers
Oppenheimerstraat 27
9714 EL Groningen
050-730482

J.A.F. de Rijk

ONMOGELIJKE ANAGLYPHEN IN MICRO REEKS
OVER DINGEN DIE JE WEL KUNT ZIEN, MAAR DIE NIET BESTAAN

Zoals U misschien weet, zijn "onmogelijke figuren" afbeeldingen van objecten die op geen enkele manier in onze drie-dimensionale ruimte aanwezig kunnen zijn. Misschien heeft U wel eens gehoord van Reutervärds onmogelijke driebalk.

En "anaglyphen" zijn foto's of tekeningen die, weergegeven in een rode en groene kleur en met een speciaal brilletje bekeken, een driedimensionaal beeld opleveren.

In het nieuwe deeltje van de Micro Reeks *Onmogelijke Anaglyphen van Bruno Ernst en Coos den Tonkelaar* worden beide verschijnselen niet alleen verklaard, maar ook op een spannende manier in beeld gecombineerd. U kunt in dit boekje inderdaad dingen zien die slechts kunnen bestaan "als scheppingen van Uw eigen brein", zoals Bruno Ernst het formuleert.

Deze zevende uitgave van de Micro reeks bevat een populair-wetenschappelijke uitleg over het verschijnsel "onmogelijke figuren in anaglyphe vorm". De tekst van onmogelijke figuren-specialist Bruno Ernst is geïllustreerd met onder andere een reeks van zeventien nieuwe, anaglyphe, onmogelijke figuraties van tekenaar Coos den Tonkelaar.

Het in linnen handgebonden boekje, met staand formaat van 74 x 49 mm, is bevat in een stofomslagje. Het binnenwerk telt 88 pagina's en werd uitgevoerd op 70 grams verouderingsbestendig, ivorkleurig dundruk. Achterin het boekje is een eenvoudig anaglyph-brilletje opgeborgen.

De standaard editie van 225 exemplaren kost f 65,- (f 71,50) en de door Bruno Ernst en Coos den Tonkelaar gesigeneerde en genummerde editie van 75 exemplaren f 85,- (f 91,50).

BESTELLINGEN: U kunt zich verzekeren van deze uitgave door girale overmaking van het tussen haakjes vermelde bedrag (= prijs plus verzekerde verzendkosten) op *Postbankrekening 22 94 805 t.n.v. Uitgeverij Philip Elchers te Groningen, onder vermelding van "Anaglyphen"*. Na ontvangst van Uw betaling wordt de bestelling U per omgaande toegezonden.

Meer over deze uitgave in de Philip Elchers Nieuwsbrief-3, van november 1993.

DE VIERDE DIMENSIE

Aan de hand van enkele voorbeelden wil ik proberen Uw inzicht in het fenomeen vierde dimensie te verruimen; er van uitgaande dat alles wat ingewikkeld (ingepakt) is ook uitgekapt, ontwikkeld kan worden. Stelt U zich een punt voor op een willekeurige plaats in de ruimte.

Dit punt staat voor nulde dimensie of dimensieloosheid.

Een punt heeft strikt genomen geen afmetingen, geen dimensies en bevindt zich op één plaats tegelijk.

U kunt zich dit punt ook op een andere plaats voorstellen, maar het blijft één punt.

Daar maken we geen punt van.

Als we nu al Uw punten, in een nader te bepalen richting, bijéénvoegen dan hebben we een lijn.

(Officieel heet dat geloof ik een lijnstuk).

Deze verzameling van punten kunt U zich ook voorstellen als een zich op verschillende plaatsen tegelijk bevindend punt.

Gelijktijdigheid is hierbij het sleutelwoord.

Stelt U zich wederom een punt voor dat zich nu met zeer hoge snelheid lineair door deze ruimte verplaatst.

Wij nemen dit punt dan als lijn waar.

Dit punt heeft nu door z'n gelijktijdig waarnemen op verschillende plaatsen, z'n dimensieloosheid vervangen door een één-dimensionale vorm ofwel een lijn (althans voor de waarnemer).

Richting van de beweging van de punt is hierbij niet van belang.

Wat wij registreren is de gelijktijdigheid in één of meerdere richtingen, waaruit wij konkluderen dat hier sprake is van een lijn.

Een punt met bewustzijnsverruiming dus.

Dit één-dimensionale lijnstuk kan zich eveneens op diverse wijzen verplaatsen en wanneer dat in een plat vlak geschiedt, ontstaat door de gelijktijdigheid een twee-dimensionale vorm.

Het lijnstuk heeft enige bewustzijnsverruimende handelingen verricht en wordt door de waarnemer ervaren als vlak.

Ook hier weer gelijktijdigheid en wel van het lijnstuk in een vlak.

Ook hier is de richting van beweging van ondergeschikt belang.

Indien we een lijnstuk laten draaien nemen we gelijktijdig twee bewegingen waar.

Elke andere beweging wordt opgesplitst in tegengestelden waargenomen (vooruit, achteruit, omhoog, omlaag, naar links, naar rechts, enz.).

Alléén rotatie suggereert voor ons waarneembare gelijktijdigheid.

De cirkel is ook het symbool voor de eeuwigheid.

Met een vlak kunnen we hetzelfde doen als met punt en lijnstuk en de gelijktijdigheid binnen de verschillende bewegingsmogelijkheden creëert een lichaam, een drie-dimensionale vorm.

Als we een vlak laten roteren nemen we weer gelijktijdig twee tegengestelde bewegingen waar. Alle andere bewegingen worden door ons afzonderlijk geregistreerd, tenzij hun snelheid ons waarnemingsvermogen te boven gaat.

Voor drie-dimensionale vormen gelden ten opzichte van twee-dimensionale de zelfde regels als voor twee-dimensionale ten opzichte van de eerste dimensie ($3:2 = 2:1$ ofwel $3/2 = 2/1$ ofwel $1\ 1/2 = 2$ (grapje)).

Roteren suggereert weer gelijktijdigheid.

Alle andere bewegingen laten afgescheidenheid zien.

Wij meten echter met de beperkingen van ons waarnemingsvermogen en zijn geconditioneerd, geprogrammeerd.

Wanneer wij 's ochtends in de spiegel kijken, dan straalt ons een twee-dimensionaal beeld tegemoet waar onze hersenen een en ander aan verbeteren (helaas onvoldoende meestal) zodat we onszelf drie-dimensionaal waarnemen.

U weet ongetwijfeld dat deze dagelijkse waarneming berust op optisch bedrog (maar daar ga ik vandaag niet over).

In de vierde dimensie heeft een drie-dimensionale vorm de kenmerken van gelijktijdigheid overeenkomstig met het voorgaande.

Links- en rechtsom, vooruit, achteruit, naar boven en beneden: alles vindt gelijktijdig plaats, waardoor het ons bekende begrip tijd wegvalt.

Vaak wordt beweerd dat tijd de vierde dimensie voorstelt omdat wij ons in de tijd verplaatsen, maar tijd is onlosmakelijk verbonden met ruimte.

De vierde dimensie kent de drie-dimensionale gelijktijdigheid en is dus tijdloos ten opzichte van ons. Eeuwigheid en vierde dimensie horen bij elkaar.

Gelijktijdigheid en dimensieloosheid zijn in principe gelijk in elke hogere dimensie.

De vierde dimensie verhoudt zich tot de punt als oneindig tot nul, maar voor de mens die ze wil meten zijn ze beiden onbereikbaar.

Voordracht gehouden op de Ars et Mathesisdag, Baarn 6-11-'93

Peter Visser

The Visual Mind: Art and Mathematics

Michele Emmer, editor

The MIT Press, Cambridge Massachusetts, 1993

274 pag., 220 x 290 mm, gebonden, prijs f 116,-

Al sinds 1968 heeft Ars et Mathesis in de USA een tegenhanger in *Leonardo, the International Society for the Arts, Sciences and Technology*. Eén van de activiteiten van Leonardo is de uitgave van een kwartaaltijdschrift onder de zelfde naam.

Recentelijk heeft de Society een boek het licht doen zien met de titel "*The visual Mind: Art and Mathematics*". Het bevat 36 hoofdstukken, ondergebracht in 4 secties:

- Geometry and Visualization;
- Computer Graphics, Geometry and Art;
- Symmetry;
- Perspective, Mathematics and Art.

Elk van deze delen wordt voorafgegaan door een gedegen inleiding door een erkend deskundige. Het merendeel der hoofdstukken is eerder verschenen in het tijdschrift *Leonardo*, met name in het themanummer "Visual Mathematics" (25, 3/4, 1992).

Het werk is rijkelijk voorzien van, deels gekleurde, afbeeldingen en het bevat een lawine van literatuurverwijzingen.

Voor een ieder die in ars en mathesis geïnteresseerd is moet dit werk een onuitputtelijke bron van vreugde en inspiratie zijn.

B.J. Roovers