

## VAN CIRKEL NAAR OVAAL

Hieronder (figuur 1) ziet u een koepelschildering in de abdijkerk van Weltenburg (Zuid Duitsland; ca.1720). De omtrek is beslist geen ellips, daarvoor zijn de zijkanten te veel afgeplat. Maar wat is het dan?



Figuur 1 - De ovale koepel van de abdijkerk van Weltenburg

Er is wel een hele familie van gesloten curven bekend, waarvan verschillende er uitzien als deze omtrek. Het zijn de *ovalen van Cassini*, die zeer uiteenlopende vormen vertonen.

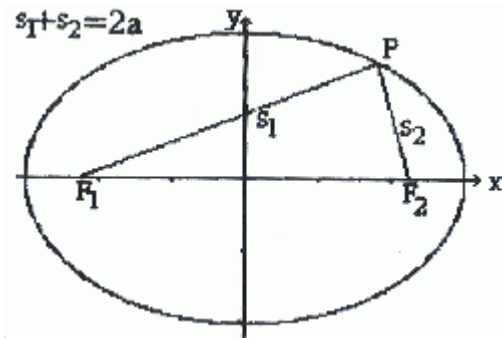
### De ovalen van Cassini

Dominique Cassini (1625-1712) was een belangrijk astronoom, van oorsprong een Italiaan, maar werkend in Parijs. Hij ontdekte o.a. dat de ring van Saturnus, die voor het eerst door Christiaan Huygens was waargenomen, in tweeën gedeeld werd door een donkere ring.

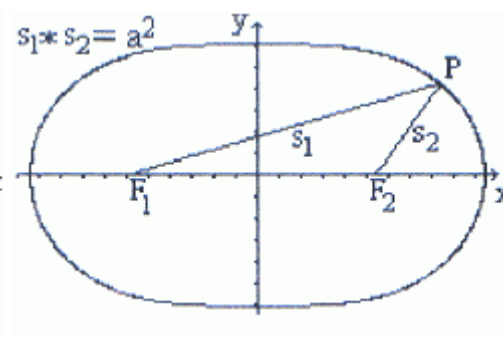
Cassini's studie van mogelijke planeetbanen bracht hem tot het onderzoek van krommen, die aan de volgende voorwaarden voldeden.

We hebben twee punten  $F_1$  en  $F_2$  op een afstand  $e$  van elkaar (figuur 3). Voor elk punt van de kromme geldt, dat het *product* van de afstanden tot  $F_1$  en  $F_2$  constant is

(bv. gelijk aan  $a^2$ ). Dat lijkt veel op de definitie van de ellips; maar daar is de *som* van deze afstanden constant (figuur 2).



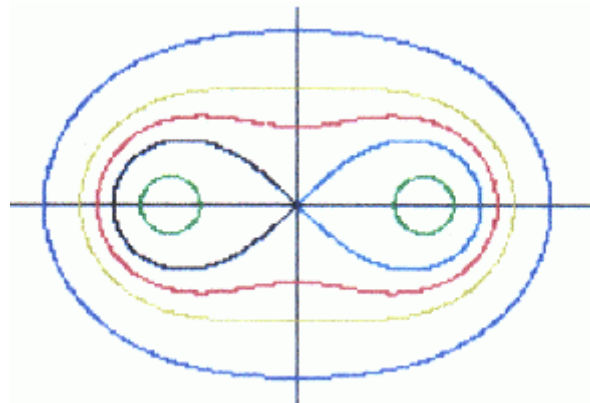
Figuur 2 - Een ellips



Figuur 3 - Een Cassini-ovaal

Afhankelijk van de waarden van  $e$  en van  $a$  ontstaan cassini-ovalen van zeer uiteenlopende vorm. Als  $a$  kleiner is dan  $\frac{1}{2}e$  ontstaan twee kleine ovalen. Voor het ontstaan van een kromme die veel lijkt op figuur 1 moet  $a$  groter zijn dan  $\frac{1}{2}e\sqrt{2}$ .

In figuur 4 zijn enige Cassini-ovalen getekend met oplopende waarden voor  $a^2$ .



Figuur 4 - Cassini-ovalen

Cassini vond deze keur van curven in 1680, maar ze werden pas na zijn dood door zijn zoon gepubliceerd in 1740.

Genoeg Mathesis!

Wilt U een interessant artikel lezen over allerlei ovalen, surf dan naar de website van Jürgen Köller: [Eiliniën](#).

### Barok en rococo

Deze curven begonnen mij te interesseren toen ik in 2003 een aantal kerken in Wenen bezocht. De meeste daarvan zijn gebouwd in de barok, de stijlperiode uit de 18de eeuw, en vooral in de meest uitbundige fase daarvan: het rococo (1720-1760). Barok en rococo hebben lange tijd een negatief imago gehad. Ze suggereerden frivoliteit en een overvloed aan overbodige tierlantijnen. Nu denkt men daar anders over en wordt deze stijl gewaardeerd als een uiting van een blij levensgevoel. Men

mag weer uitroepen: kijk toch eens wat een pracht en praal!

Het is opmerkelijk, dat de omslag van het stijlgevoel van renaissance naar barok haar invloed deed gelden op de meest basale meetkundige figuren, zoals bijvoorbeeld de rechte lijn en de cirkel. Deze werden als saai, te sober en somber ervaren.

Zo werd de cirkel omgevormd tot een ovaal; als het ware een "versierde cirkel". Is het toeval, dat het in de 18de eeuw gepubliceerde werk van Cassini samenvalt met de stijlverandering in de barok? (Een item voor de metabletica van Prof. J.H. van den Berg!)

We reproduceren hier nog een mooi architectonisch voorbeeld: het gewelf van de Karlskirche in Wenen (figuur 5).

Of alle ovalen die in deze periode gebruikt werden, op Cassini-ovalen lijken, of dat er ook veel gewone ellipsen bij zijn, kan alleen vastgesteld worden door nauwkeurige metingen. En die zijn niet beschikbaar.

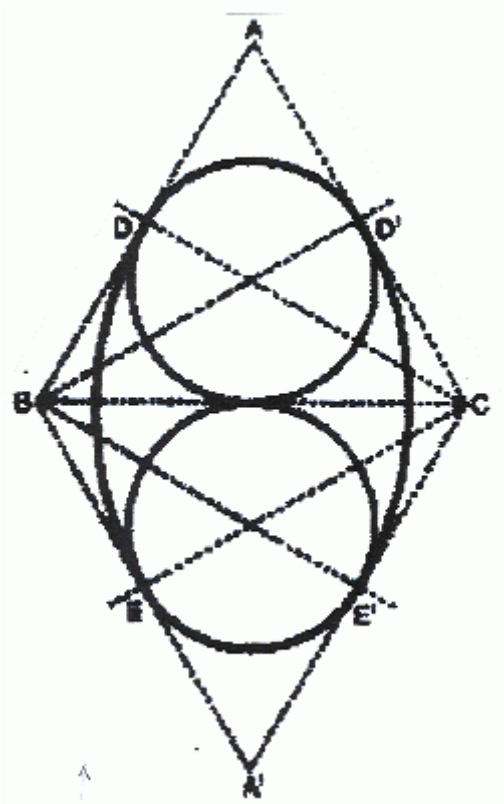


Figuur 5 - Het gewelf van de Karlskirche in Wenen (ca 1737)

### **Borromini**

Overigens vinden we de tendens naar het gebruik van ovale figuren al iets vroeger bij de architect en beeldhouwer [Francesco Borromini](#) (1599-1667). Hij construeerde zijn ovalen uit cirkelbogen. Figuur 6 dateert uit 1634. Borromini

tekt eerst twee gelijkzijdige driehoeken met ingeschreven cirkels. Deze worden verbonden door twee cirkelbogen vanuit twee hoekpunten van de gelijkzijdige driehoeken.



Figuur 6 - De constructie van een ovaal bij Borromini