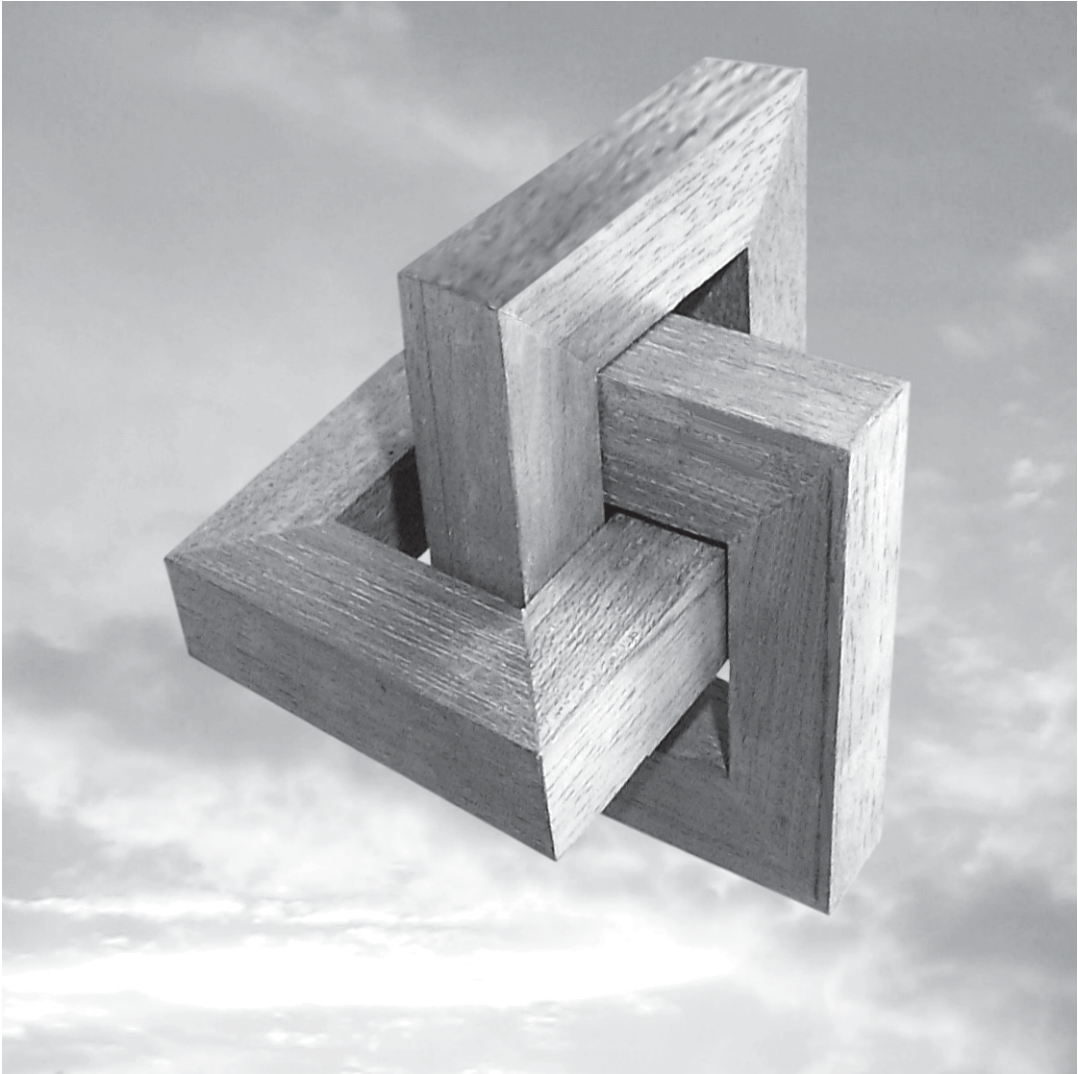


ARTHESIS

jaargang 19, nummer 1



een uitgave van de Stichting Ars et Mathesis

inhoud

Bridges Conference	pag. 3
de pythagoreïsche houding	pag. 6
betalingsherinnering	pag. 8
Spidron-kwartet	pag. 9
priemgetallen in een linnen lap	pag. 10
Maurits Escher en István Orosz in het Paleis	pag. 14
informatie Stichting Ars et Mathesis	pag. 19



jaargang 19 nummer 1 - februari 2005

Arthesis is een uitgave van de Stichting Ars et Mathesis en wordt gratis toegezonden aan de donateurs van de Stichting. Losse nummers: € 3,50 (bestelwijze: zie kader op pag. 19).

omslag knoop Koos Verhoeff, montage Ineke Lambers

redactie Bart Heukelom
Rinus Roelofs
Ineke Lambers (vormgeving)

redactie-adres Bart Heukelom
Alexanderstraat 18
4191 GB Geldermalsen
email: b.heukelom@wxs.nl

inzenden kopij

Bij voorkeur in digitale vorm: tekst als WP- of Word-bestand; illustraties in de vorm van een goede foto of duidelijke tekening (indien mogelijk het origineel, liever geen scan of fotokopie), of digitaal aangemaakt (vectortekening in CDR of AI format; bitmaps als JPG of Tiff bestand en in voldoende hoge resolutie).

Bridges Conference

In 2004 werd de jaarlijkse Bridges Conference weer gehouden op de plaats waar het 6 jaar geleden ook was begonnen, in Kansas. Op het campusterrein van het Southwestern College in Winfield kwam een internationaal gezelschap bijeen om presentaties bij te wonen op het gebied van kunst en wetenschap. Tevens was er een tentoonstelling ingericht.

De sfeer is enigszins vergelijkbaar met onze Ars et Mathesis dagen. Verschillend zijn de omvang en duur (3 dagen) en de breedte van de onderwerpen. Niet alleen wiskunde maar ook andere wetenschappen worden met de kunsten verbonden.

In 1998 werd door *Reza Sarhangi* het eerste congres georganiseerd. Elk jaar wordt er een boek uitgegeven met daarin de bijdragen van de deelnemers. Van de ongeveer 40 deelnemers van het eerste jaar zagen we ook dit jaar weer een aantal terug. Zoals *Brent Collins*, beeldhouwer en maker van het logo voor Bridges, nu met een verhaal over zijn nieuwe sculpturen gebaseerd op spiraalvormige vlakken (afb.1). Het door Brent gemaakte logo is trou-

afbeelding 1



afbeelding 2

wens als groot bronzen beeld terug te vinden op het campusterrein (afb. 2).

Brent Collins werkt al jaren samen met *Carlo Séquin*, een wiskundige en vaste deelnemer aan het congres. De wiskundige structuren die Brent veelal intuïtief construeert zijn voor Carlo aanleiding geweest om vanuit zijn vak op

zoek te gaan naar varianten. Dit heeft geleid tot nieuwe mogelijkheden welke vervolgens weer door Brent Collins zijn uitgewerkt. Een goed voorbeeld van het ontstaan van samenwerkingsverbanden, één van de dingen waar congressen als deze voor zijn bedoeld.

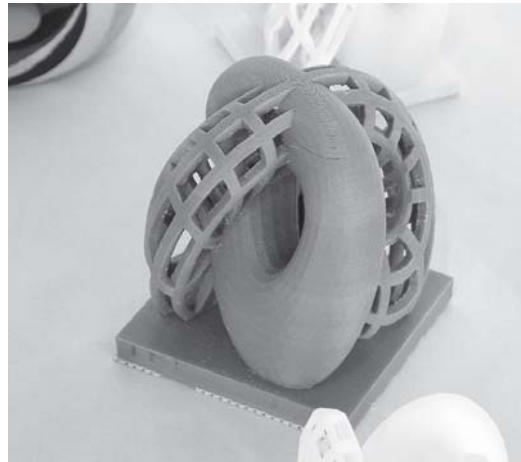
De eigen bijdrage van Carlo bestond dit jaar uit een presentatie van zijn deelname aan een sneeuwsculpturenwedstrijd. Al sinds enige jaren doet hij met een team mee aan deze wedstrijd. Hun ontwerpen zijn mathematische constructies, die dan ter plekke, uit een blok van 2,5 x 2,5 x 3 meter sneeuw, gerealiseerd moeten worden. In 2003 werd met het beeld *Whirled White Web*, gebaseerd op een sculptuur van Brent Collins, een tweede prijs gewonnen (afb. 3).



afbeelding 3

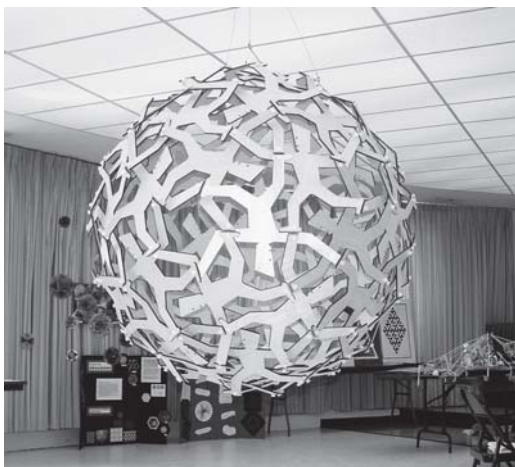
De inzending voor 2004, getiteld *Turning a snowball inside out*, was gebaseerd op het binnenste buiten keren van een bol. In de Bridges Conference van 2003 had *John Sullivan* aan de hand van een fascinerende animatie laten zien hoe dit proces in zijn werk gaat. En één van de beelden van deze film werd als uitgangs-

punt gekozen voor de sneeuwsculptuur. Om tot het uiteindelijke ontwerp te komen zijn eerst diverse modellen gemaakt met behulp van Rapid Prototyping, welke ook op de tentoonstelling van het congres waren te zien (afb. 4).



afbeelding 4

De veelzijdigheid van de bijdragen kwam onder andere naar voren in de uitvoering van een toneelstuk over filosofie. In *Arabesque - Time in Space* bracht *Carol Bier* filosofen uit verschillende tijdvakken met elkaar in gesprek, waardoor een interessante confrontatie tussen klassieke en moderne filosofische ideeën ontstond. Ook werd er veel aandacht besteed aan muziek. Violist *Corey Cerovsek* sloot de ochtendbijeenkomsten iedere dag af met een uitleg van de structuur van een muziekstuk van Bach, om het stuk vervolgens op zijn Stradivarius ten gehore te brengen. Op de achtergrond werd dan de partituur geprojecteerd. Onder de deelnemers bevond zich ook *George Hart*, bij velen bekend om zijn mooie website over veelvlakken. Voor de expositie had George een sculptuur meegebracht welke ter plekke



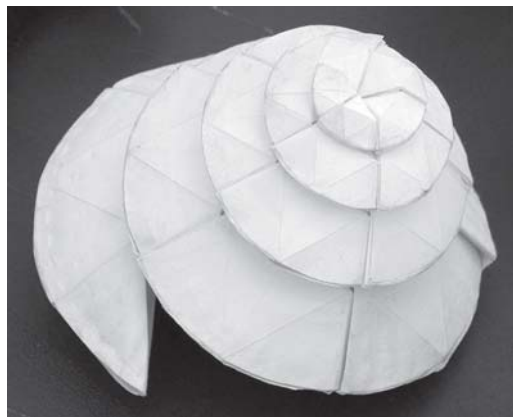
afbeelding 5

moest worden opgebouwd uit 60 met een laser cutter uitgesneden mensfiguren (afb. 5). De totale sculptuur is een 'bol' met een doorsnede van ruim 2 meter. In zijn presentatie ging George in op de onderliggende structuur en vertelde hij over de computerprogramma's die hij heeft geschreven om dit soort beelden te kunnen ontwerpen. Ook liet hij zien hoe hij dit gebruikt in workshops.

afbeelding 6



Een bijzondere presentatie werd gegeven door *Paul Tucker*. Hij was bij een bezoek aan een bibliotheek het houten vlechtwerk van *Moses Ransom* tegengekomen en had hier vervolgens een uitgebreid onderzoek naar gedaan. Het vlechtwerk is opgebouwd uit spiraalvormige houten staven die door elkaar heen geweven zijn (afb. 6). Onder de naam Moorish Fretwork had Moses Ransom hier in 1885 patent op aangevraagd en gekregen. De houten spiralen konden in diverse patronen worden geweven en werden veelal gebruikt als lambrisering of als panelen in meubels. In de afgelopen jaren had Paul hier veel materiaal over weten te verzamelen en hij had inmiddels ook uitgezocht hoe hij de spiraalvormige elementen zelf weer kon vervaardigen.



afbeelding 7

Een ander fascinerend verhaal was dat van *Bradford Hansen-Smith*. Hij liet zien hoe vanuit eenvoudige cirkels, hij gebruikte hiervoor papieren bordjes, een veelheid van vormen gevouwen kan worden. Sinds enige jaren geeft hij workshops en in de expositie was een tafel met modellen te zien (afb. 7). Zijn presentatie had ook de vorm van een workshop waarin

hij onder andere liet zien hoe je met de ronde papieren bordjes een tetraëder kon maken. Andere onderwerpen van de presentaties betroffen bijvoorbeeld fractals (*Janet Park* gaf een overzicht van de verschillende stijlen in de fractal art), origami (*Chris Palmer* liet schitterende voorbeelden zien van gevouwen stoffen), architectuur (*Amy Gilley* ging in op de architectuur van *Frank Gehry*), veelvlakken (*Joseph Clinton* liet zien welke veelvlakken kunnen ontstaan wanneer we cilinders elkaar laten doorsnijden), knopen (*Gwen Fisher* belichte de topologische aspecten van Keltische knopen) en patronen in het Alhambra (ster-veelhoeken in de hou-

ten plafonds van het Alhambra door *Lynn Bodner*).

Bijzonder van het Bridges congres is ook dat bij aanvang al het prachtige congresboek met daarin alle bijdragen beschikbaar is. Het 350 pagina's tellende boek met veel illustraties geeft een mooi overzicht van wat er gaande is op het gebied van kunst en wetenschap.

Voor de liefhebbers: dit jaar wordt het Bridges congres gehouden in Banff, Canada. Meer informatie is te vinden op de website: <http://www.sckans.edul-bridges/>.

Rinus Roelofs

de pythagoreïsche houding

Aan het traditionele verband tussen mathematische schoonheid enerzijds en zekerheid anderzijds, tussen de schoonheid van een stelling of bewijs en de betrouwbaarheid ervan is altijd veel belang gehecht. De wiskundige *G.H. Hardy* schreef 'there is no permanent place for ugly mathematics', en met die woorden gaf hij uiting aan een wijdverbreide pythagoreïsche houding tegenover wiskundige ontdekkingen: het is de taak van de wiskundige om de eeuwige, van onze geest onafhankelijke, harmonie en symmetrie bloot te leggen. Het menselijk vermogen om die harmonie en symmetrie te leren kennen stelt ons in staat de grootste volmaaktheid en zekerheid te kunnen aanschouwen. Dit vermogen wordt belichaamd door de bewijsvoering - en een elegant bewijs, dat aan esthetische criteria voldoet, verwerft zich een permanente plaats onder de succesvolle wapenfeiten van het menselijk denken.

Deze geïdealiseerde schets van de pythagoreïsche houding tegenover het wiskundig bedrijf is misschien wat oppervlakkig, maar het is geen karikatuur. Het mag waar zijn dat het proces dat tot wiskundige ontdekkingen leidt in de praktijk vaak rommelig en gebrekkig verloopt, en dat het afhankelijk is van wat binnen een onderzoeksgroep de gewoonte is, en in steeds sterkere mate ook nog van wat de subsidieverlenende instanties de moeite van het onderzoeken waard vinden. De wiskundige *context of discovery* ziet er dan ook niet zo aantrekkelijk uit: er is weinig pythagoreïsche *grandeur* aan te ontdekken, en de weg is geplaveid met valkuilen en andere obstakels. Maar in de *context of justification* komt Pythagoras helemaal tot zijn recht: hoe chaotisch het proces ook verloopt, als de orde uiteindelijk door een esthetisch aantrekkelijk bewijs wordt bevestigd, dan

is de bewezen stelling voor eens en voor altijd onbetwistbaar zeker gesteld.

Duidelijke criteria voor wat een bewijs esthetisch aantrekkelijk maakt zijn er eigenlijk niet, maar volgens *David Wells* moet zo'n bewijs of theorema simpel, kort, verrassend en diep doordacht zijn. Over elk van deze criteria zou heel wat te zeggen zijn, en ze zijn zeker niet in elk individueel geval alle vier aan de orde. Zo is bijvoorbeeld het bewijs dat π een transcendent getal is niet heel eenvoudig en allesbehalve kort, maar wel diep doordacht. Maar eigenlijk is het niet zo verbazingwekkend dat er geen welbepaalde criteria zijn voor mathematische schoonheid - die zijn er toch ook niet voor muziek of voor beeldhouwkunst? Waar het om gaat is dat wiskundigen die recht van spreken hebben, die in de zin van *Hume* als *ideal critic* kunnen gelden, die mathematische schoonheid kunnen herkennen: zij kennen uitgesproken *cognitieve waarde* toe aan de esthetische evaluatie van nieuwe bewijzen en stellingen.

Om een illustratief voorbeeld te noemen: de *Stelling van Euler* over veelvlakken, die zegt dat het aantal hoekpunten min het aantal ribben plus het aantal zijvlakken gelijk is aan 2:

$$V - E + F = 2,$$

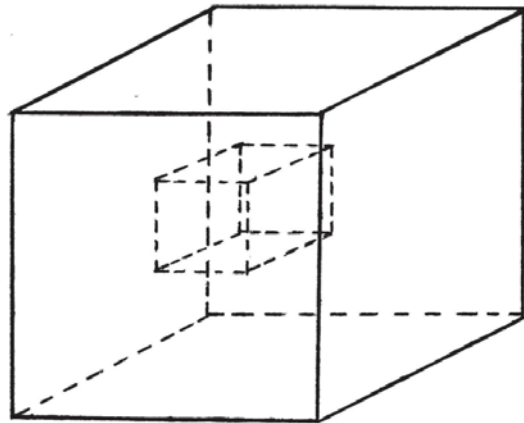
geeft op elegante wijze uitdrukking aan een opmerkelijke eigenschap, maar er zijn wel tegenvoorbeelden van bekend. Denk maar aan een kubus met daarbinnen een kubische holte. Daarvoor geldt:

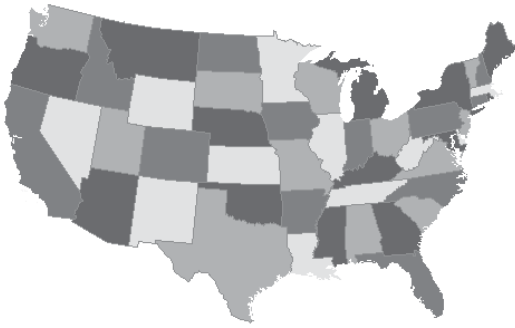
$$V - E + F = 4.$$

Toch aarzelen we *uit esthetische overwegingen* om deze stelling te verwerpen, omdat ze zo simpel, kort, verrassend en misschien ook wel diep doordacht is. In plaats daarvan verwer-

pen we die tegenvoorbeelden! Er worden dan aanvullende eisen aan de veelvlakken gesteld, waardoor zo'n holle kubus wordt uitgesloten. *Lakatos* noemt dat verwerpen in zijn *Proofs and Refutations* (1976) het 'uitdrijven van monsters', en dat is het ook: aan de pythagoreïsche houding wordt in de wiskunde zoveel cognitief gewicht toegekend dat alles wat 'lelijk' is wordt verdreven, en wat 'mooi' is wordt behouden.

De laatste veertig jaar is het wiskundelandchap er echter, onder invloed van technologische ontwikkelingen en vooral van de computertechnologie, wat anders uit gaan zien. Meer en meer wordt de bewijslast aan de computer overgelaten, en dat leidt tot bewijsvoeringen met een zo hoge complexiteit dat de menselijke geest daar niet meer tegenop kan. Het bekendste voorbeeld van een computerbewijs waar het menselijk verstand zonder hulpmiddelen helemaal geen greep meer op heeft is waarschijnlijk het bewijs dat *Appel* en *Haken* gaven van de vierkleurenstelling. Dat is de stelling dat elke denkbare landkaart met hoogstens vier kleuren zo kan worden ingekleurd, dat nergens dezelfde kleuren elkaar raken.





Het bewijs is verre van eenvoudig en bepaald niet kort; het is ook niet echt verrassend omdat niemand eigenlijk twijfelde aan de juistheid van het vermoeden dat in 1852 door *Francis Guthrie* werd geuit, en diep doordacht is het alleen in die zin dat het laat zien hoe nieuwe technologie een oplossing kon bieden voor oude problemen. Appel en Haken schreven zelf over het gevoel van teleurstelling dat hun bewijs ten deel viel, en die teleurstelling was hoofdzakelijk te wijten aan het gebrek aan esthetische kwaliteit van het bewijs.

Wat dit voorbeeld zo interessant maakt is dat het de grens tussen *context of discovery* en *context of justification* doet vervagen. Dankzij de brute rekenkracht kan het ouderwetse, proefondervindelijk uitproberen nu de plaats van het bewijs innemen. Maar hebben we dan nog wel iets aan een pythagoreïsche houding tegenover mathematische schoonheid, en de fundamentele relatie van schoonheid met kennis? Zijn we nu aangekomen op een punt waar de technologie ons dwingt om onze mathematische esthetica, en daarmee een pijler van onze mathematische kenleer, te herzien? Of staat 'lelijke' wiskunde, die niet meer zonder technologie kan, cognitief beschouwd toch nog steeds op een lager voetstuk omdat ze niet aansluit bij onze esthetische intuïtie?

Filosofen van de wiskunde moeten niet (of misschien alleen bij hoge uitzondering) proberen om de wiskunde de wet voor te schrijven, net zo min als esthetici de toekomstige koers van de kunst zouden moeten willen bepalen, bijvoorbeeld door componisten te verhinderen bepaalde muzikale experimenten uit te voeren omdat die 'monsterlijk' zouden zijn.

Eigenlijk moet het antwoord op mijn vraag luiden: 'wacht maar af'. Of wiskunde en kunst ons overtuigen kan pas achteraf worden vastgesteld. Ik geloof niet dat we het pythagoreïsche perspectief van de hand moeten wijzen in die talloze gevallen waarin het op zijn plaats is. Het komt mij voor dat esthetische criteria door brute computerkracht hoogstens even aan het wankelen zijn gebracht, maar dat ze ook in de toekomst een wezenlijk aspect zullen en moeten blijven vormen van wat wij beschouwen als de cognitieve waarde van nieuwe stellingen en bewijzen. Wiskundige schoonheid is nog lang niet om zeep gebracht.

Mark C. R. Smith
(vertaling: *Albert van der Schoot*)

betalingsherinnering

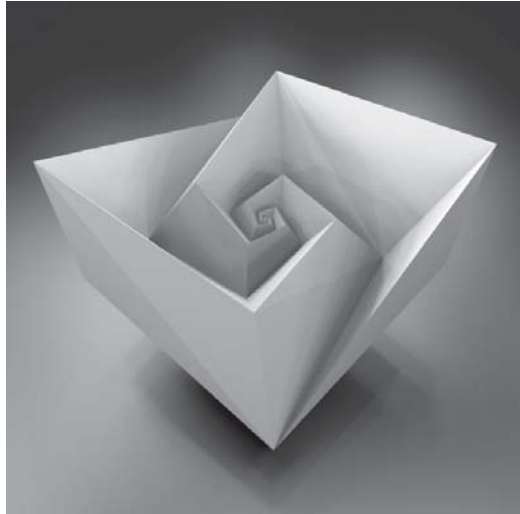
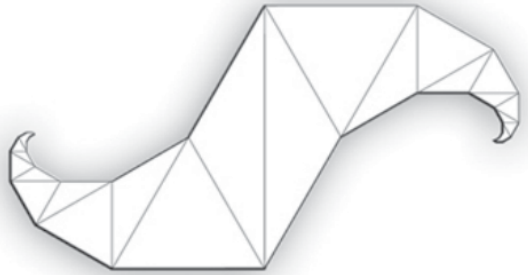
In januari ontvingen de donateurs de nota voor de bijdrage voor 2005. Bij deze het verzoek aan wie dat nog niet deed om de *donateursbijdrage voor 2005* te voldoen (plus die *voor 2004*, in geval die ook nog niet is betaald). Zie voor de wijze van betalen verder het informatiekader op pag. 19. Gaarne eigen naam en adres duidelijk vermelden, plus het jaar/de jaren waarvoor U betaalt (2004 en/of 2005).

spidron-kwartet

Op de Ars et Mathesisdag 2004 hield de Hongaarse kunstenaar *Dániel Erdély* een inleiding over zijn vinding de *Spidron*.

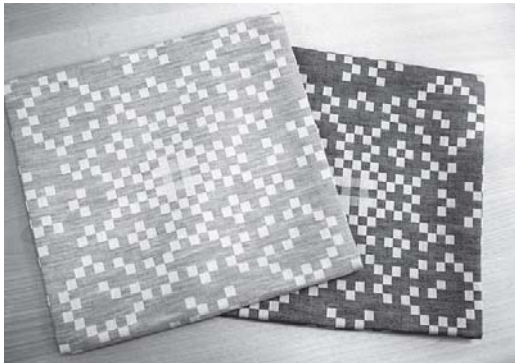
De Spidron is een vlakke figuur die is opgebouwd uit twee afwisselende reeksen van gelijkbenige driehoeken, en die na vouwen langs de ribben uitzonderlijke ruimtelijke eigenschappen vertoont. De Spidron kan gebruikt worden om verscheidene ruimtevullende veelvlakken en reliëfs te construeren; vervormingen maken de figuur geschikt voor het opbouwen van precies in te stellen dynamische structuren.

Op de Ars et Mathesisdag werd ook een nieuwe kaartenset met afbeeldingen van Erdély's werk (gerendered door Rinus Roelofs) gepresenteerd. De hier afgebeelde Spidrons zijn (samen met nog een vierde) in kleur afgebeeld op de kaarten van het Spidron-kwartet, dat nog kan worden nabesteld (zie voor bestelwijze het kader op pag. 19).



priemgetallen in een linnen lap

Midden in het oude centrum van Delft, aan de Verwersdijk 6, in een oud en klein pand zit een winkel annex museum gespecialiseerd in antiek en design linnengoed. In de etalage ligt een linnen theedoek voorzien van een sierlijk wiskundig patroon (afb. 1). Bij aanschaf van de doek krijgt men een klein boekwerkje cadeau waarin de herkomst van dit patroon staat beschreven.

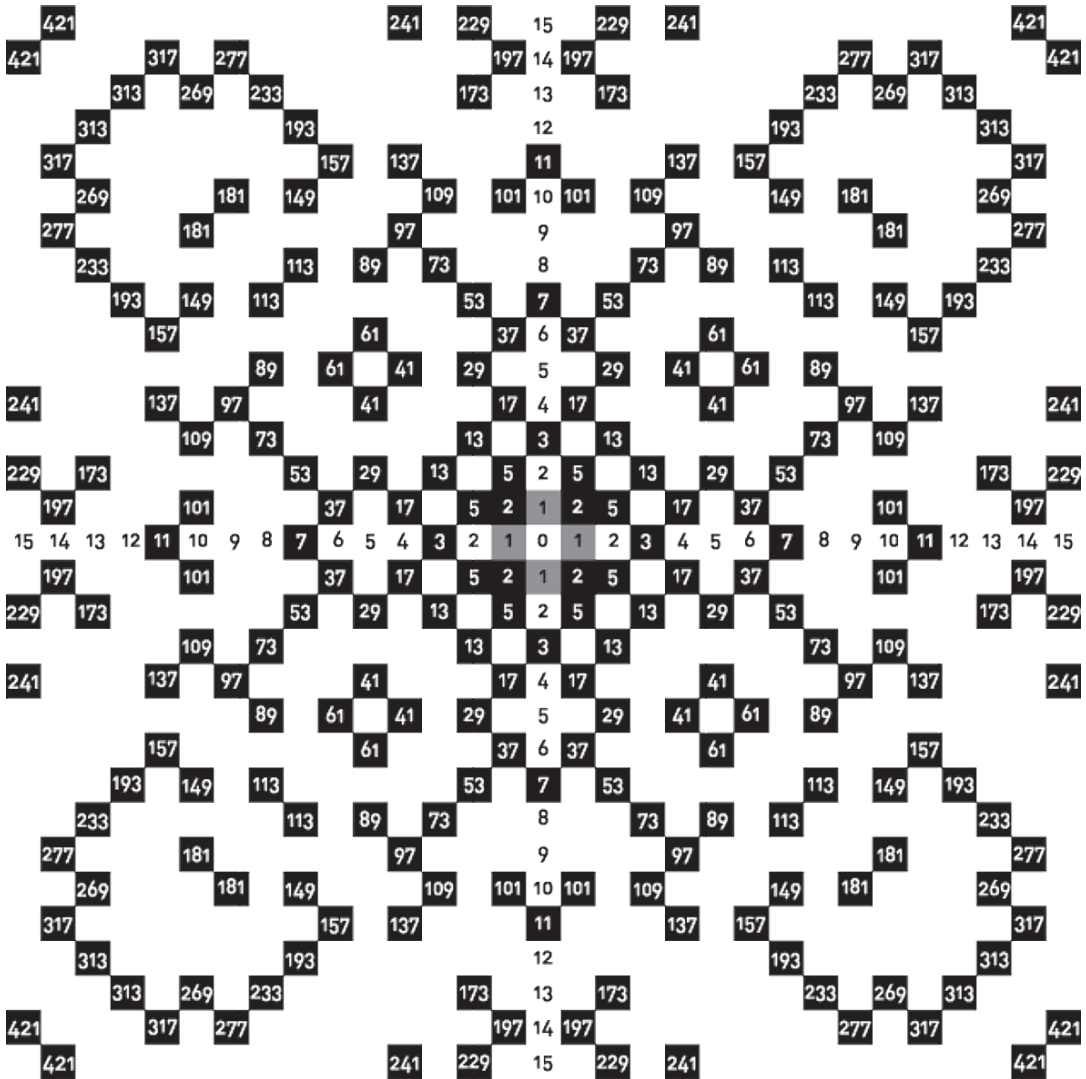


afbeelding 1

Het werd ontworpen in 1951 door de Nederlandse wiskundige *Balthasar van der Pol* (1889-1959). Hij liet zich daarbij inspireren door de priemgetallen van de 18^{de}-eeuwse wis- en sterrenkundige Johann Carl Friedrich Gauss (1777-1855). Van der Pol vond het patroon zo mooi dat hij de linnenfabrikant *E.J.F. van Dissel & Zonen* uit Eindhoven overhaalde er een dekservet van 70 bij 70 centimeter van te weven. Zo werd het patroon wereldwijd bekend en zelfs Einstein ontving een exemplaar. Sanny de Zoete, de eigenaresse van de winkel in Delft, kocht vele jaren later één van de ori-

ginele dekservetten op een veiling en besloot de linnen doek met het priemgetallenpatroon opnieuw in productie te nemen.

In principe is het patroon op twee manieren te 'lezen'. Het middelste vierkantje op de doek moet gezien worden als het nulpunt van een assenstelsel (afb. 2). De assen lopen vanuit dit punt zowel horizontaal als verticaal naar de randen van de doek. Alle vierkantjes op de doek stellen een priemgetal voor. Priemgetallen zijn zoals we weten getallen die alleen deelbaar zijn door zichzelf en door 1. Alle priemgetallen die afgebeeld staan op de doek worden gevormd door de som van de kwadraten van twee getallen (bijvoorbeeld $173 = 2^2 + 13^2$ en $17 = 4^2 + 1^2$). Er is een onderscheid te maken tussen twee groepen priemgetallen, namelijk de priemgetallen van het soort $4n+1$ en het soort $4n+3$. Alle priemgetallen behalve 2 laten als ze door 4 gedeeld worden een rest van 1 ($4n+1$) of een rest van 3 ($4n+3$). De priemgetallen die bij deling door 4 een rest 1 laten kunnen worden gevormd door de som van de kwadraten van twee getallen en staan weergegeven op de linnen doek. De priemgetallen die bij deling door 4 een rest 3 laten kunnen niet worden weergegeven als de som van de kwadraten van twee getallen en staan dus alleen op de doek op de assen van het assenstelsel (bijvoorbeeld 3, 7 en 11). Het patroon verspreidt zich in vier richtingen en ieder priemgetal van het soort $4n+1$ komt acht keer op de doek voor. Zo wordt het getal 89 gevormd



afbeelding 2

door de volgende coördinaten: $(5,8)$, $(8,5)$, $(8,-5)$, $(-5,8)$, $(-8,5)$, $(5,-8)$, $(-8,-5)$ en $(-5,-8)$.
 Als we de doek op een andere manier ‘lezen’ komen we terecht bij de eerder genoemde priemgetallen van Gauss. In dit geval staan op de horizontale as wederom de positieve en negatieve

gewone gehele getallen. Op de verticale as staan nu de imaginaire getallen, de gehele getallen vermenigvuldigd met imaginaire eenheid i . Voor i geldt dat $i^2 = -1$, ook wel genoteerd als $i = \sqrt{-1}$. In de verzameling der reële (werkelijke) getallen heeft de vergelijking $i^2 = -1$ geen oplossing.

Omdat het nuttig kan zijn zo'n vergelijking toch op te lossen vond men de zogenaamde imaginaire (denkbeeldige) getallen uit.

Complexe getallen worden gevormd door een getallenpaar bestaande uit een reëel en een imaginair deel. Een complex getal kan als volgt genoteerd worden: $x + yi$, waarbij x staat voor het reële getal en yi voor het imaginaire getal. Door nu in een assenstelsel op de x -as de reële getallen te zetten en op de y -as de imaginaire getallen kunnen de complexe getallen als een vector in het complexe vlak worden genoteerd. Het was Gauss die aan het begin van de 19^{de} eeuw een goed gefundeerde opbouw van het complexe getallensysteem maakte.

Zoals er bij de gewone (rationale) getallen getallen zijn die niet ontbonden kunnen worden in kleinere factoren (priemgetallen), zijn er bij de complexe gehele getallen ook getallen die niet geschreven kunnen worden als het product van twee andere complexe gehele getallen. Dat zijn de zogenaamde complexe priemgetallen, ook wel de priemgetallen van Gauss genoemd. Wat nu volgens deze tweede leeswijze op de doek staat afgebeeld zijn de priemgetallen van Gauss in het complexe vlak. Zoals we hierboven zagen zijn de priemgetallen van de soort $4n + 3$ niet te schrijven als de som van de kwadraten van twee getallen en komen ze daarom alleen voor op de assen. Deze getallen zijn in de theorie van Gauss ook priemgetallen en komen daarom ook als men de doek zo leest op de assen voor. De priemgetallen van de soort $4n + 1$ zijn in de theorie van Gauss echter geen priemgetallen meer omdat ze ontbonden kunnen worden in kleinere factoren, bijvoorbeeld:

$$5 = (1 + 2i)(1 - 2i)$$

$$13 = (3 + 2i)(3 - 2i)$$

$$17 = (4 + i)(4 - i)$$

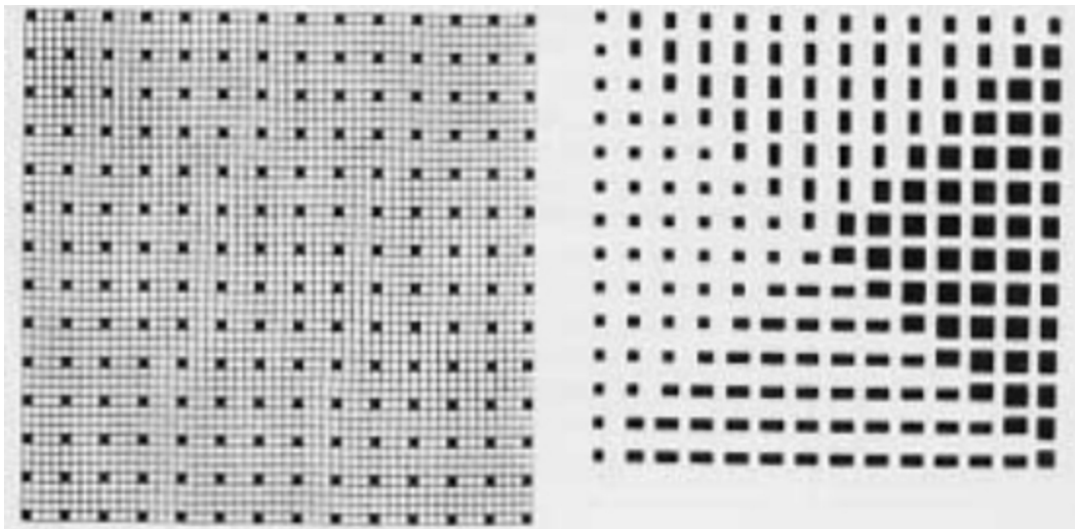
Deze getallen, zoals 5, -5, 5i, -5i zijn dan ook niet op de assen terug te vinden. De vierkantjes die niet op de assen staan, maar in het diagram zelf zijn ook allemaal complexe priemgetallen. Voorbeelden zijn $3 + 2i$ en $5 + 4i$. Balthasar van der Pol zegt zelf hierover: "deze complexe priemgetallen hebben de eigenschap dat hun norm, dat wil zeggen het kwadraat van hun modulus, een gewoon priemgetal is van de vorm $4n + 1$, bijvoorbeeld: $3^2 + 2^2 = 13$, $5^2 + 4^2 = 41$."¹⁾

Ook zonder deze technische achtergrondinformatie is het patroon op de doek het aanzien meer dan waard. *Prof. Dr. Hans Freudenthal* schrijft in een artikel in *De Groene Amsterdammer* van 5 maart 1955 over het ontwerp: "Bekijk het goed! Het is een mooi patroon, een patroon, dat je tot in het onmetelijke kunt voortzetten, met telkens nieuwe variaties en verassende wendingen, met een wisselvalligheid, die elke menselijke verbeeldingskracht tart en toch een vaste onverbidde lijke regel volgt."²⁾

Kortom, een prachtige synthese tussen kunst(nijverheid) en wiskunde. De textielkunst leent zich natuurlijk bij uitstek voor gebruik van geometrische patronen. Een ander mooi voorbeeld

afbeelding 3





afbeelding 4

is in dezelfde winkel in Delft te vinden. Het betreft een ontwerp van de kunstenaar *Peter Struycken* genaamd *Grit 2001* (afb. 3). Dit ontwerp is gebaseerd op een werk van Struycken uit 1967. Het principe is vrij simpel. Het uitgangspunt is een rooster van 53 bij 53 vierkantjes. Het eerste, vijfde, negende etc. vierkantje is steeds zwart gemaakt in zowel horizontale als verticale richting (zie afb. 4 links). De zwarte vierkantjes vormen het middelpunt van een serie van negen witte vierkantjes die het zwarte omsluiten. Er wordt nu een lijn van linksboven naar rechtsonder getrokken over het gehele oppervlak. Alle zwarte vierkantjes rechts van die diagonaal krijgen waar mogelijk gezelschap van zowel een zwart vierkantje onder als boven. Er wordt ook een diagonaal getrokken van linksonder naar rechtsboven. Alle zwarte vierkantjes rechts van deze diagonaal krijgen waar mogelijk gezelschap van zowel een zwart vierkantje rechts als links. In het gebied waar beide diagonalen elkaar overlappen ontstaan halve en hele kruisjes die de kunstenaar zelf aan-

gevuld heeft tot rechthoeken en vierkanten. Het bovenstaande patroon is het resultaat (zie afb. 4 rechts). De verwerking van dit patroon in het tafellinnen van Sanny de Zoete is wederom een prachtig voorbeeld van toegepaste wiskunst.

Voor wie na het lezen van dit artikel nog niet genoeg heeft van priemgetallen kan ik de roman *Oom Petros en het vermoeden van Goldbach* van *Apostolos Doxiadis* aanraden. Het boek handelt over het nooit bewezen vermoeden van Goldbach dat ieder even getal groter dan twee de som is van twee priemgetallen. Voor diegenen die meer willen zien van de textielkunst van Sanny de Zoete volgt hier het adres van haar website: www.sannydezoete.nl.

Bram de Groot

1) *Als geciteerd in Sanny de Zoete, Priemgetallen in een linnen lap, p. 3.*

2) *Prof. dr. Hans Freudenthal, "Priemgetallen en textiel", De Groene Amsterdammer 5-3-1955, p. 11.*

Maurits Escher en István Orosz in het Paleis

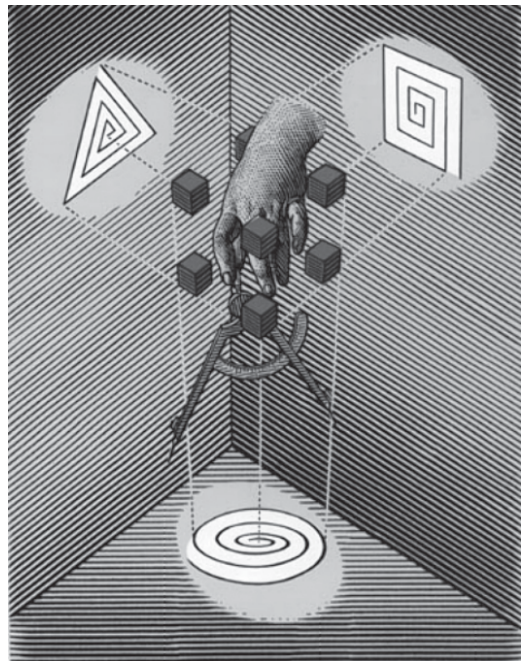
Op 25 september 2004 hield Hans de Rijk - alias Bruno Ernst - onderstaande inleiding ter gelegenheid van de opening van een tentoonstelling van werk van István Orosz in het Museum Escher in het Paleis in Den Haag. De illustraties op pag. 14 en 16 zijn ontleend aan de door Ars et Mathesis uitgebrachte kaartenset 'Orosz-kwartet' (nog verkrijgbaar, zie voor bestelwijze het kader op pag. 19).

Escher en Orosz: waarin verschilt hun werk en waarin komen ze overeen?

Ongetwijfeld zult U bij het bekijken van de prenten van Orosz oordelen dat ze typisch "escheriaans" zijn. Ik wil echter het werk van Orosz belichten vanuit de verschillen in hun werk. Daarmee doe ik geen afbreuk aan de kwaliteiten van Orosz' prenten, integendeel. We zitten niet te wachten op een Escher-imitator; Escher's oeuvre is gesloten en elke poging om hem te evenaren of te overtreffen is tot mislukken gedoemd.

Maar nu eerst iets over de Hongaarse graficus István Orosz. Hij werd in 1951 geboren en voltooide zijn opleiding aan de afdeling Kunst en design van de Universiteit van Boedapest. Hij ontloopte zich daarna als een veelzijdig kunstenaar: ontwierp theaterdecors, posters, maakte films en construeerde driedimensionale objecten. Eén daarvan ziet U hier tentoongesteld: een trap die er vreemd uitziet maar die, bekeken vanuit een bepaald standpunt, heel normaal is. In Het Paleis is voornamelijk zijn vrije werk te zien: een aantal etsen die tonen hoe hij door de prenten van Escher werd geïnspireerd. Uit al zijn werk straalt een tomeloze energie, waardoor hij in betrekkelijk korte tijd al een groot oeuvre heeft opgebouwd.

In ons land is Orosz nog weinig bekend. Wilt U meer over hem weten, dan vindt U op Uw pc onder Google meer dan 100 vermeldingen. Nu iets over de verschillen. Orosz interesseert zich voor optische illusies; Escher deed dat ook, maar ze waren (op enkele uitzonderingen na) geen uitgangspunt voor het maken van een prent. In wezen kwamen Escher's prenten na 1937 alle voort uit bespiegelingen over het



wezen van zijn vak. Hij vroeg zich af wat er allemaal op een plat vlak mogelijk was. Daaruit komt zijn belangstelling voor regelmatige vlakvullingen voort en ook zijn pogingen om het oneindige op een beperkt deel van een vlak af te beelden.

In hoge mate boeide hem het wezen van het afbeelden van driedimensionale werkelijkheid op een plat vlak. En vooral dit laatste was aanleiding tot het afbeelden van onmogelijke voorstellingen, die alleen bij de gratie van het geheimzinnige proces van afbeelden konden bestaan. Hij was een echte onderzoeker, die zich over elke nieuwe vondst verbaasde en als de zoektocht was beëindigd wilde hij zijn vondst in een prent samenvatten om ook anderen in zijn enthousiasme te laten delen.

Hij was alleen tevreden met de best bereikbare uitbeelding van zijn vondst. En alle voorstelsels, die evengoed tot een prent geleid zouden kunnen hebben, werden niet gebruikt, maar opgeborgen in een map. Als een prent klaar was kwam hij er ook zelden op terug.

Als 30-jarige wiskundeleraar schreef ik hem eens over zijn prent *Prententoonstelling*, waaraan hij toen werkte, dat ik het gebogen kruis dat links boven bijna een kwart van de prent in beslag nam, zo lelijk vond en stelde voor dat te maskeren door er een clematisrank tegen te laten groeien. De 60-jarige Escher schreef mij het volgende terug:

“De clematisomranding van de balken op mijn prententoonstelling zou ongetwijfeld fraai zijn. Evenwel zijn deze balken gedacht als sponningen van ruiten. Tevens heeft het uitdenken van zulk een voorstelling al zó veel van mijn energie geëist, dat ik te afgestompt was om beter aan esthetische eisen te voldoen.

Deze prenten (die trouwens geen van allen ooit

gemaakt werden met het primaire oogmerk iets moois te maken) kosten mij gewoonweg hoofdbrekens. Dit is dan ook de reden, dat ik mij, temidden van mijn grafici-collega's, nooit volkomen op mijn plaats voel: zij streven in de eerste plaats schoonheid na...

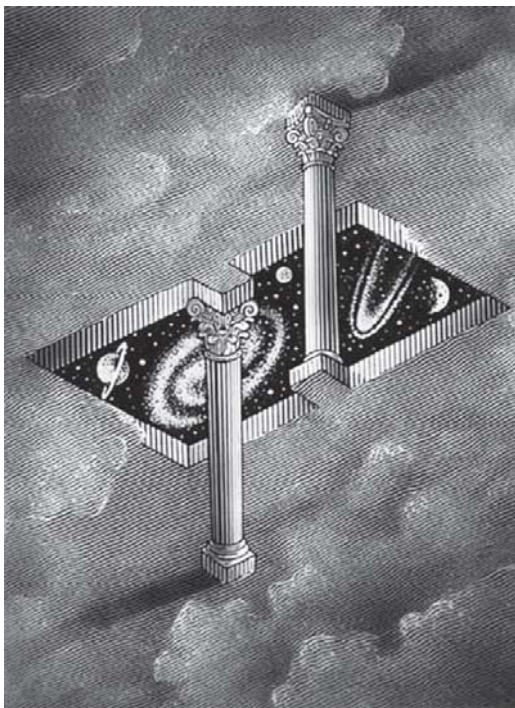
...Misschien streef ik wel uitsluitend verwondering na en tracht ik dus ook uitsluitend verwondering bij mijn toeschouwers te wekken”.

Dit credo van Escher zegt veel over de intentie waarmee hij zijn prenten maakte. Het toont ook dat hij opmerkingen van een groentje, dat zich nauwelijks verdiept had in zijn werk, heel serieus nam.

Bij István Orosz is het uitgangspunt en de inspiratie heel anders. Hij gaat uit van optische illusies, waarbij hij gebruik maakt van zowel reeds lang bekende als van meer recente vondsten.

Een voorbeeld van een eeuwen oude optische illusie is het opbouwen van grote tafereelen uit heel andere, kleine voorstellingen. Waarschijnlijk kent U wel de schilderijen van *Arcimboldo*, een Italiaanse schilder uit de 16^{de} eeuw, die veel portretten opbouwde uit fruit, groente, muziekinstrumenten enzovoort. Of wellicht is het schilderij *Voltaire* van *Dali* beter bekend. Heel fijn doet Orosz dat in een bewerking van de kleine prentjes die het bekende gedicht *Narrenschiff* van de Duitse humanist Sebastian Brant sieren en illustreren. Van een afstand bekeken is het een verzameling van soms afzichtelijke doodshoofden, maar bekijkt men ze van dichtbij, dan blijkt dat ze opgebouwd zijn uit liefelijke tafereeltjes.

Dit principe van dubbelprent (door Escher op een totaal andere manier benaderd) gebruikt Orosz veel in zijn werk in een geheel andere context. Raadselachtig is waarschijnlijk de



prent *Wesp*. Bij aandachtige beschouwing blijkt de wesp een tepel te zijn van de borst van een liggend naakt. Wordt haar een glas wijn aangeboden door een half zichtbare heer? Ziet deze heer haar eigenlijk wel, of ziet hij alleen het landschap?

U zult ook een aantal prenten tegenkomen met kolommen of pilaren. Hierbij wil ik U een hint geven. Sommige van deze kolommen zijn echt, dat wil zeggen ze zijn stevig en uit één stuk gehouwen. We vinden ze ook bij Escher in het middenstuk van *Belvédère*. En evenals daar is het verraderlijke dat zo'n pilaar waarvan de bovenkant het dak steunt, onderaan op een onverwachte plaats uitkomt. Maar Orosz gebruikt ook pilaren die voor de helft uit niets bestaan. Kijken we naar de onderkant dan is de pilaar een robuuste ondersteuning voor alles wat er boven ligt. Maar vervolgen we de pilaar naar boven, dan verdwijnt hij... gaat

op in de omgeving. Wie wat van onmogelijke figuren weet herkent het als de duivelsvork-illusie, die door de Zweedse kunstenaar Oscar Reutersvärd niet lang na 1934 werd gevonden. Elke ruimte die door zulke kolommen wordt gedragen zou prompt in elkaar moeten storten. Ik ga niet alle prenten van commentaar voorzien... dat wordt te lang... U moet ze zelf maar aandachtig bekijken. Uitzondering maak ik voor een prent die ik het boeiendste vind van de hier tentoongestelde, maar dan moet U nog even geduld hebben.

We gaan terug naar de verschillen.

Een van de merkwaardigste uitspraken van Escher is wel: "*Ik kan absoluut niet tekenen.*" Escher hield van dit soort overdrijvingen, want natuurlijk kon hij goed tekenen. Hij bedoelde ermee dat hij niet uit zijn voorstellingsvermogen kon tekenen. Hij had een driedimensionaal model nodig om dit na te kunnen tekenen. Dikwijls kon hij terugvallen op zijn reischetsen, maar soms was het moeilijk als er mensen of dieren nodig waren. Zo maakte hij voor zijn *Möbiusband* met mieren eerst een model in plasticine om dit in een aantal standen na te kunnen tekenen; en voor een prent als *Ontmoeting*, waarin een aantal mannetjes rond een cirkel lopen, poseerde hij zelf in de gewenste standen voor een spiegel! Orosz is op dit punt een briljante tekenaar: hij tekent spontaan uit het hoofd zijn figuren zonder een model bij de hand te hebben. Het ziet er over het algemeen spontaner en zorgelozer uit dan in Escher's prenten. Escher zou jaloers geweest zijn op dit talent, dat hij zo miste.

Wat de grafische techniek betreft is er ook een groot verschil. Orosz' prenten zijn voorname-

lijk etsen, hoewel hij ook houtsneden maakte. Escher heeft (behalve misschien tijdens zijn tweejarige opleiding in Haarlem) nooit een ets gemaakt. Zijn werk is een mix van houtsneden en litho's (steendrukken) waarbij het aantal litho's het grootste is.

Er is mij bij de voorbereiding van deze inleiding nog iets opgevallen waar ik vroeger nooit over had nagedacht. Veel van Escher's prenten zijn verhalend. En dat is natuurlijk een uitstekende manier om de toeschouwer te bereiken en mee te nemen. En het is ook heel gemakkelijk om rond een Escherprent een verhaal te verzinnen. Ik heb dat ondervonden toen ik de opdracht kreeg om een Escherboek voor kinderen te schrijven (de titel is *Escher; tovenaars op papier*). In dit opzicht zou ik een groot aantal van Escher's prenten dynamisch kunnen noemen. Orosz' prenten zijn meer statisch. Wat U met deze constatering moet doen weet ik niet, maar ik ben in ieder geval van plan het verhalende karakter van Escher's prenten nader te bestuderen.

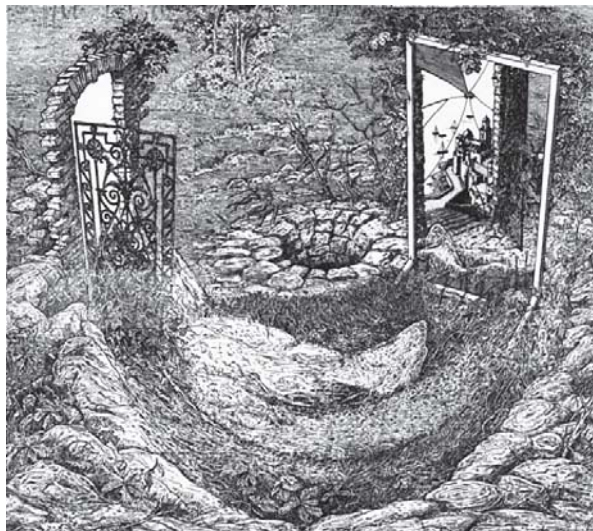
Voor ik U de al beloofde beschrijving van de meest ingenieuze prent van Orosz op deze tentoonstelling geef, wil ik toch nog iets vertellen over twee categorieën prenten die niet te vinden zijn bij andere, door Escher's werk geïnspireerde kunstenaars. Het zijn de transformaties en de afwezigheidsprenten.

Een mooi voorbeeld van transformatie staat op de omslag van de catalogus: een man die op het strand van zijn sigaar geniet, zien we qua vorm helemaal terug in het rotsige eiland waar hij naar kijkt. Men zou het een sprongwijze metamorfose kunnen noemen als we in termen van Escher spreken.

De afwezigheidsprenten zijn heel vreemd,

Orosz tekent bijvoorbeeld de afwezigheid van een Romeinse triomfboog door alles rond en in de boog te vullen met architectonische elementen en de triomfboog zelf wit te laten; een open ruimte. De triomfboog is er dus wél, maar alleen door zijn afwezigheid. Dat is een interessante contradictie.

Nu het beloofde verhaal over de meest verbazingwekkende Prent van Orosz op deze tentoonstelling. Hij heeft als titel *De Bron*. Men ziet een bos op rotsige grond, met een wirwar van struikgewas. In het centrum van de prent is een bron met een netjes afgewerkt stenen muurtje eromheen. Links staat een poort met een open hek. Het is een zinloze poort want hij leidt nergens naar toe; U kunt er gewoon omheen lopen. Rechts staat een gebarsten spiegel, die zó geplaatst is dat de poort erin weerspiegeld wordt en het vreemde is dat we dan niet een stukje bos zien, maar een landschap: een kijkje op het Italiaanse stadje Atrani, dat ten zuiden van Napels aan de door Escher



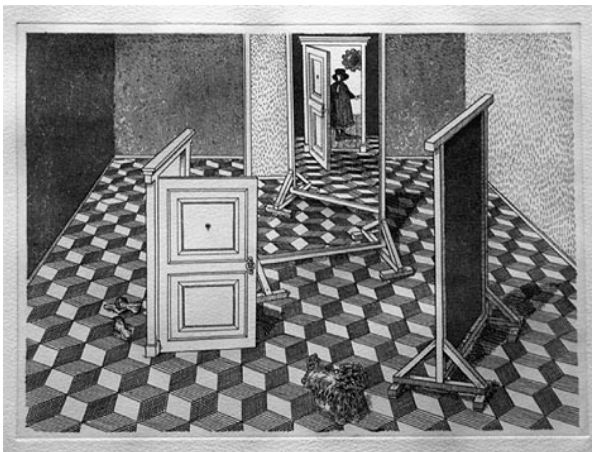
zo geliefde Amalfitaanse kust ligt. In het bos staat dus een heel vreemde poort !

Het idee van deze toverpoort heeft een voor-geschiedenis. *Maarten Toonder* tekende een stripverhaal (*De Trullenhoedster*;1966) waarin zo'n poort voorkwam, en waarin Heer Bom-mel door de poort stapte, waarna hij akelige avonturen beleefde. Natuurlijk werd hij door Tom Poes weer uit de nesten geholpen. Ik ver-telde Escher over dit verhaal en vroeg of zo'n toverpoort geen mooi idee was voor een prent. Hij vond het de moeite waard, maar toen ik enkele weken later weer over zo'n prent zeurde keek hij me mistroostig aan en zei: "*Het is een aan-trekkelijk idee, maar ik ben er te moe voor, al-leen het denken erover bezorgt me al hoofdpijn.*" Later heb ik het nog eens geprobeerd bij San-dro Del Prete. Hij maakte inderdaad zo'n prent. Heel interessant, maar toch niet wat ik bedoelde. Orosz heeft het dus wél op een ver-rassende manier opgelost.

Maar er is meer. Als de prent van Orosz hori-zontaal gelegd wordt en op de plaats van de bron een verticale cilindervormige spiegel ge-



zet wordt, blijkt de prent nog een geheim te bevatten. In de cilinder verschijnt een portret van Escher! Dit spel om een afbeelding op zo'n manier te maken dat alleen in een cilindrische spiegel een herkenbaar beeld verschijnt, is al oud en wordt anamorfose genoemd. Bij Orosz is dit spel prachtig ingebouwd om de bedoe-ling van de prent te onderstrepen: het is een In Memoriam voor Escher: een geheimzinnige manier om hem bij zijn geliefde Amalfitaanse kust te portretteren.



Het zelfde spel met de toverpoort, maar een-voudiger en binnenshuis vindt U ook in de prent *Johannes van Eyck was hier*. Hier laat ik het bij.

Ik hoop dat U zult genieten van Orosz' pren-ten die niet op de eerste plaats bedoeld zijn om de ogen te strelen, maar om het brein te laten werken... en dat is ook een overeenkomst met de prenten van Escher.

Hans de Rijk

website István Orosz: www.utisz.net

of: www.geocities.com/SoHo/Museum/8716/



De Stichting ARS ET MATHESIS (opgericht in 1983) heeft tot doel de belangstelling te bevorderen voor kunst die zijn inspiratie vindt in de wiskunde. Dit gebeurt onder meer door tentoonstellingen, publicatie van boeken en artikelen, het uitgeven van het blad 'ARTHESIS' en het organiseren van een jaarlijkse ARS ET MATHESISdag (diverse voordrachten gecombineerd met een dag-expositie waar werk van velerlei exposanten is te bekijken).

donateurs: Donateurs (minimum donatie € 15,- per jaar) ontvangen Arthesis en hebben gratis of tegen gereduceerd tarief toegang tot de jaarlijkse Ars et Mathesisdag. Bijdragen kunnen worden overgemaakt op bankrekening nummer 55 27 11 896 t.n.v. Ars et Mathesis te Baarn; s.v.p. met duidelijke vermelding van eigen naam en adres, en van 'Ars et Mathesis'.

secretariaat: A. Goddijn; ws. Nejo, Dijkgracht 18, 1019 BT, Amsterdam
email: A.Goddijn@fi.uu.nl

aanmelding als donateur, adreswijzigingen, bestellingen:

Ineke Lambers; Noorderkroon 77, 9301 JW Roden
tel. 050-3601301; email: ilambers@wxs.nl.

email: info@arsetmathesis.nl

website: <http://www.arsetmathesis.nl>

Ars et Mathesisproducten

verkrijgbaar: Sangaku-kwartet [sk], Sangaku-poster A3 of A4 [sp], Sangaku-leliekaart [slk], Sangaku-lelieposter A3 of A4 [slp]; nederlands of engels [n of e]; Spidron-kwartet [ek]; Orosz-kwartet [ok]; kwartet "orde-chaos" Monika Buch [bk]; A&M poster A3 of A4 [amp]; A&M knoop-kaart [amkk]; A&M letterkaarten [amlk]; A&M jubileumkaart 1998 ("luchtkubus") [amjk]; A&M jubileumposter A3 of A4 [amjp]; losse nummers Arthesis vanaf jaargang 14 [art/jaargang/nr]; set van 2 verzamel posters 'A&M-kunst' op hoogglanspapier A3 of A4 [vp].

prijzen: kaarten (set van 4) € 5, poster A4 € 2,50, poster A3 € 6, nummers Arthesis € 3,50; voor toezending A3 posters plus € 2,50, overig plus € 1,20; set van 2 posters vp: A3 € 14/toezending € 5, A4 € 8/toezending € 2.

bestelwijze: door overmaken van het totaalbedrag op giro nr 1315269 t.n.v. J.J. Lambers-Hacquebard, na bericht per post of email aan Ineke Lambers (adres zie boven) onder vermelding van 'AM-bestelling', en opgave van gewenste aantallen en soorten producten en het adres waar de bestelling naar toe moet worden gezonden. Gebruik s.v.p. de hierboven tussen [] vermelde codes.

bestelwijze catalogus "Bomen van Pythagoras": zie Arthesis 2004 nr 1, pag. 18

