

# A rthesis

Mededelingenblad van de  
Stichting Ars et Mathesis  
Redactieadres:  
Waldeck Pyrmontlaan 20  
3743 DE Baarn

Jaargang 2, nummer 3

Juli 1988

STICHTING ARS ET MATHESIS  
ARTIKEL 2 UIT DE STATUTEN:

De stichting «telt rich ten doel de belangstelling te bevorderen voor kunstuitingen die een raakvlak met de wiskunde hebben, door het organiseren van tentoonstellingen, het publiceren van boeken en artikelen, casu quo de medewerking verlenen aan tentoonstellingen en/of publicaties op dit gebied. Verder zal zij zich bezighouden met alle activiteiten die tot dit doel kunnen leiden.

oooooooooooo PERSPECTIEF, DE NATUURGETROUWE AFBEELDINGSMETHODE

BRUNO  
ERNST

Vóór 1425 wisten schilders en tekenaars niet hoe ze de dingen in de ruimte natuurgetrouw moesten afbeelden. Ze zetten alles maar naast en boven elkaar zoals kinderen doen. En als ze toch een poging waagden om de dingen te tekenen zoals je ze in werkelijkheid ziet, dan zat de tekening vol fouten.

De Florentijnse schilder Brunelleschi heeft gelukkig de perspectief uitgevonden, zodat alle latere schilders de fouten, die vroeger zoveel voorkwamen, konden vermijden.

Ik denk dat zó vrij algemeen over perspectief gedacht wordt; zelf dacht ik er tenminste zo over voor ik me meer ging verdiepen in de geschiedenis en het wezen van de perspectiefleer. Het bovenstaande is geheel onjuist. Alleen de plaats (Florence), de persoon (Brunelleschi) en het jaartal (1425), zijn hoogstwaarschijnlijk correct.

Ruimteuitbeelding, bewust en systematisch, is beslist niet pas in het begin van de 15-de eeuw in Italië begonnen. De fresco's op de muren van villa's in Pompei getuigen van een ver uitgewerkte manier van ruimteuitbeelding en deze schilderijen gaan terug op Griekse voorbeelden vanaf de derde eeuw vóór onze jaartelling.

Verder is het begrip natuurgetrouw in deze context niet zonder meer gedefinieerd, we komen daar dadelijk op terug.

De klassieke perspectiefleer is slechts één van de middelen die wij kunnen gebruiken om de ruimte af te beelden. Het is een methode die heel goed voldoet als het om het afbeelden van een kleine gezichtshoek (tot ongeveer  $40^\circ$ ) gaat, maar die ons bij grote gezichtshoeken hopeloos in de steek laat. Maar ook zelfs bij kleinere beeldhoeken heeft de klassieke perspectief hinderlijke conseqwenties waarop al door Leonardo da Vinci gewezen is.

Er zijn nog vele andere mogelijkheden dan de klassieke perspectief om de ruimte af te beelden en elk van die mogelijkheden heeft zijn specifieke voor- en nadelen, en het blijkt, dat geen enkele methode helemaal voldoet.

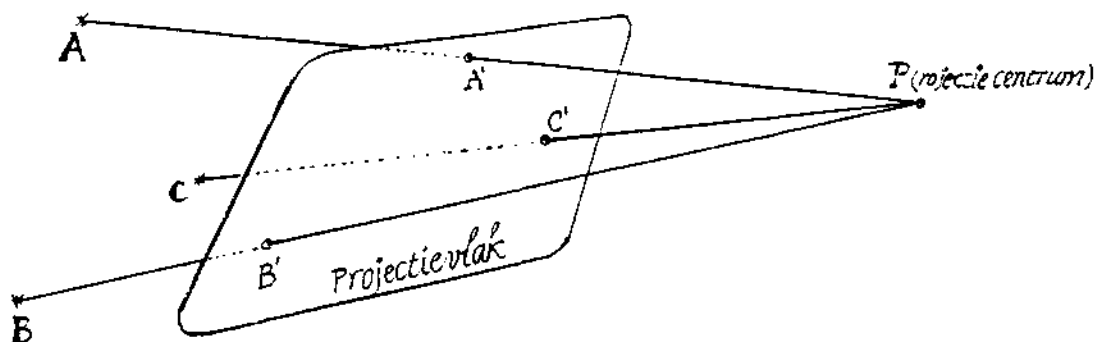
Dit laatste heeft verschillende gronden: ruimte afbeelden is het vertalen van iets driedimensionaals in iets tweedimensionaals en dat is niet mogelijk zonder verlies en vervorming:

- \* Het zal blijken dat de minste vervorming optreedt bij de vertaling van de driedimensionale wereld naar de oppervlakte van de tweedimensionale bol; maar ook het omzetten van een bol in een plat vlak is onmogelijk. Daartoe staan ons alleen een aantal verschillende benaderingen ten dienste.

- \* Tenslotte is het hele probleem van het afbeelden ten nauwste verbonden met het probleem van het ZIEN, en dat is een bijzonder ingewikkeld en nog lang niet in alle details begrepen proces.

HET PRINCIPE VAN DE KLASSIEKE PERSPECTIEF is simpel: de afbeelding van punten in de ruimte (zoals A, B en C) op een vlak V vinden we door vanuit een punt P (het projectiepunt) lijnen te trekken naar A, B en C. Waar deze lijnen het vlak snijden, vinden we de afbeeldingen van A, B en C.

Deze projectiemethode was reeds in de Griekse oudheid bekend maar ze was nog nooit toegepast op de teken- en schilderkunst. Dat gebeurde pas in 1425 in Florence. Het projectiecentrum is dan het oog en het projectievlak is de tekening of het schilderij.



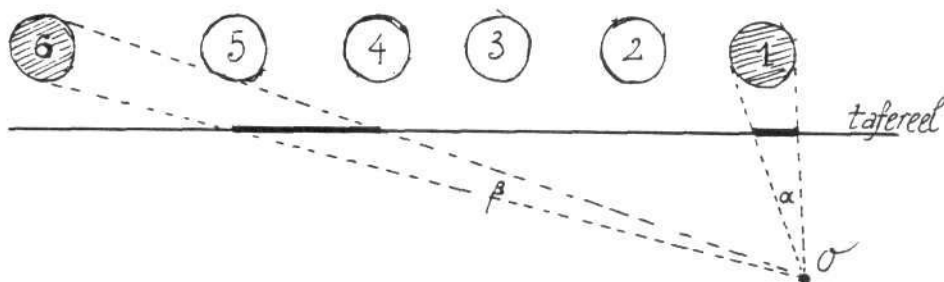


In een houtsnede (uit 1525) heeft Albrecht Dürer laten zien hoe men een exacte perspectivische tekening kan krijgen. Tussen de tekenaar en de vrouw is een raam geplaatst waarop draden zijn gespannen die het in een aantal kleine vierkanten verdelen. Het oog van de tekenaar (het projectiecentrum) is gefixeerd door de bovenkant van een vertikaal staand stokje. Hij hoeft niets anders te doen op een blad papier, dat op dezelfde manier in vierkanten verdeeld is als het raam, datgene te tekenen wat hij in elk vierkantje ziet.

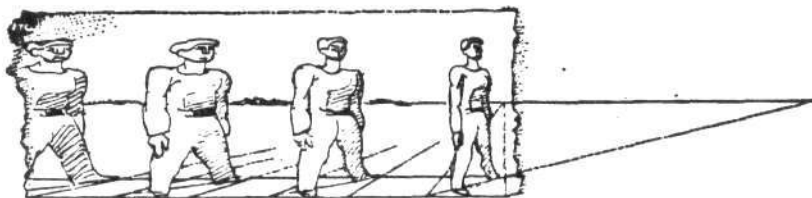
Als hij dat heel nauwkeurig doet, kan hij na afloop zijn tekening op het raam spannen en dan ziet hij **MET ÉÉN OOG** en dat moet dan **ONBEWEEGLIJK OP DEZELFDE PLAATS VAN WAARUIT DE TEKENING GEMAAKT IS** gebracht worden -

precies hetzelfde wat ook door het raam te zien was.

Krijgt men dan op deze manier niet een volmaakte, natuurgetrouwe afbeelding? Het beeld dat op het netvlies van ons oog valt is toch precies hetzelfde, of we nu kijken naar de werkelijkheid door het raam heen of naar de afbeelding die op het raam gespannen is.



Toch heeft het braaf volgen van de perspectivische constructiemethode vreemde verrassingen in petto. De bovenstaande figuur toont de doorsnee van een rij gelijke zuilen die evenwijdig aan het tafereel verlopen. Door centrale projectie vanuit  $O$  wordt zuil no 6 veel breder afgebeeld, dan zuil no 1. Dat is helemaal tegen onze verwachting in want zuil 6 zou juist smaller afgebeeld moeten worden omdat die verder weg is dan zuil 1. Op de volgende figuur zien we hoe een rij beelden, evenwijdig aan het tafereel, perspectivisch juist afgebeeld zou moeten wor-

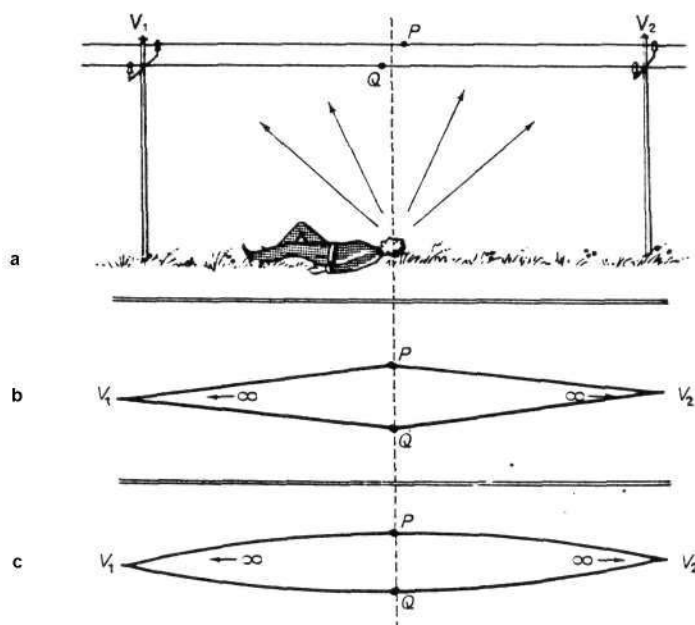


den. Inderdaad ZOU moeten worden want tekenaars en schilders hebben dit nooit zo gedaan. Natuurlijk is de exacte perspectivische afbeelding niet fout, als je het voorschrift voor het bekijken van een perspectivische afbeelding volgt, nl bekeken met één oog op de plaats van waaruit het geprojecteerd is. Dan is de breed getekende zuil no 6 verder van het oog verwijderd dan de getekende zuil 1 en zien we no 6 toch nog kleiner dan no 1. Maar wie wil er nu een schilderij zo bekijken? Dat doe je alleen als het achterin een kijkdoos geplakt is, met vooraan een kleine opening om door te kijken.

Zo zijn er meer vervelende consequenties van het precies werken volgens de perspectief. Zo is bijvoorbeeld de perspectivische afbeelding van een bol altijd een ellips, behalve als die bol zich precies recht voor de schilder bevindt. Maar alle schilders schilderen bollen als CIRKELS en niet als ELLIPSEN.

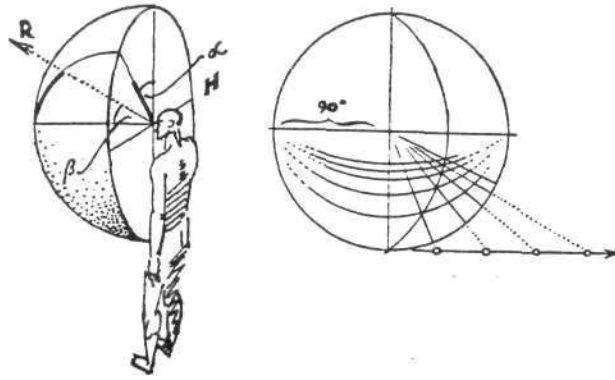
Vrij hopeloos wordt het gebruik van de klassieke perspectief pas bij het afbeelden van grote gezichtshoeken. Een aantal kunstenaars en theoretici hebben daarvoor dan ook andere methoden bedacht. Volgens de klassieke perspectief is de afbeelding van een rechte lijn altijd een rechte lijn. Dat dit niet in overeenstemming is met onze ervaring tonen de volgende figuren; iemand ligt in het gras tussen twee telegraafpalen en kijkt naar twee evenwijdige draden. De punten P en Q zijn het dichtste bij hem. Kijkt hij voor zich uit, dan ziet hij de draden in  $V_1$ , bij elkaar komen; kijkt hij "achterover", dan ziet hij ze in  $V_2$  bij elkaar komen. De aan beide zijden onbegrensd doorlopende telegraafdraden zouden dan afgebeeld worden als een ruit, maar daar geloven we natuurlijk niet in. Die knik bij P en Q hebben we immers nog nooit gezien en uit continuïteitsoverwegingen komen we tot gebogen lijnen, zoals in de onderste afbeelding. Dit was de gedachtengang die Escher volgde bij zijn prenten met gebogen perspectieflijnen, zoals in de prenten: Boven en onder (1947) en Trappenhuis (1951). Escher kon hiermee in vertikale richting gezichtshoeken van  $180^\circ$  afbeelden en een nadere analyse levert op, dat Escher's kromme lijnen sinusoiden waren.

Escher's uitleg van het telegraafdraden-effect





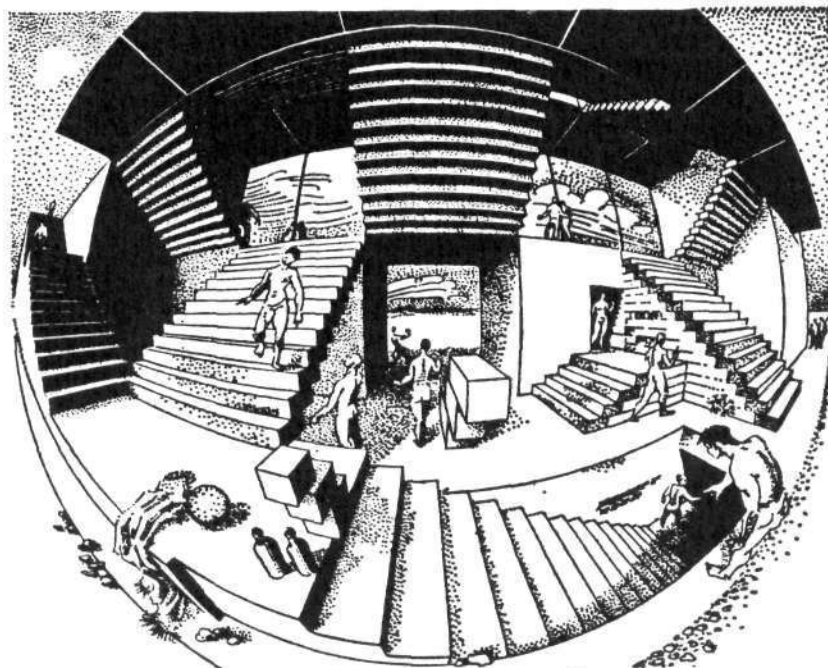
Albert Flocon, leraar perspectief aan de Parijse École des Beaux Arts, heeft een kromlijnige perspectief uitgewerkt waarmee een gezichtsveld van 180° in alle richtingen wordt afgebeeld. Het hele beeld heeft de vorm van een cirkel. Zijn methode is zelfs uit te breiden tot een gezichtsveld van 360°.



Flocon bereikt zijn eindresultaat in twee stappen. Eerst wordt een beeldveld van  $180^\circ$  geprojecteerd op de binnenkant van een halve bol. Het oog bevindt zich daarbij in het middelpunt van de bol. Daarna wordt de afbeelding op de halve bol overgebracht op een cirkel met dezelfde middellijn als de bol. Voor de tweede transformatie is in de loop van de eeuwen door de aardrijkskundigen een keur van benaderingen ontwikkeld. Flocon koos daaruit de kaartprojectie van Postel omdat die de meest gelijkmatige spreiding van beeldhoek over het vlak heeft.

Flocon heeft zijn methode van ruimteweergave tot een volledig systeem uitgewerkt en dat systeem is nauwelijks moeilijker te hanteren dan de klassieke perspectief.

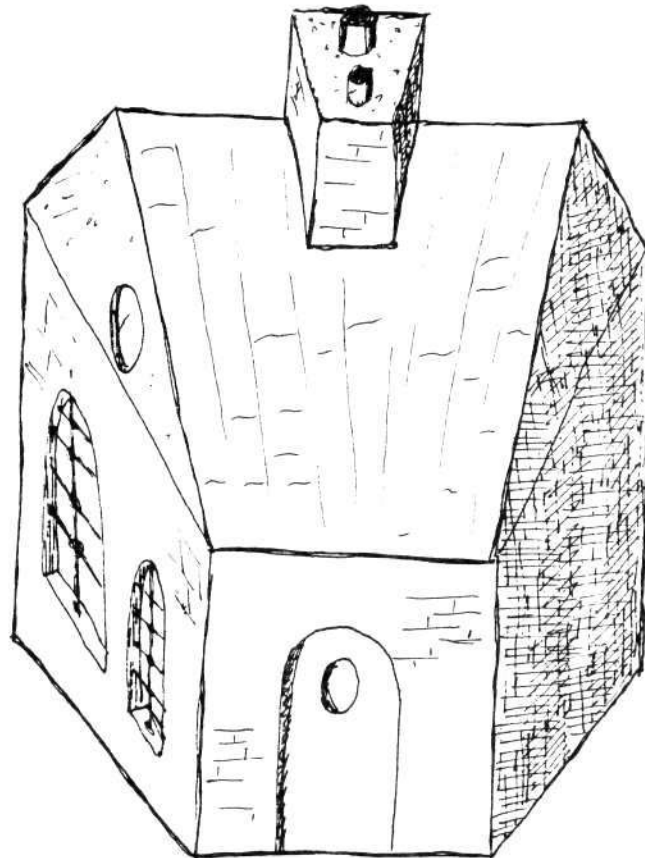
Behalve de uiterst grote beeldhoek heeft een ruimteweergave naar het systeem Flocon nog een andere bijzonderheid die als het ware een correctie is op de klassieke perspectief. Het is namelijk fundamenteel voor onze ruimtevoorstelling, dat voorwerpen kleiner gezien worden naarmate ze verder van ons verwijderd zijn. Bij een afbeelding van de ruimte verwachten we dan ook dat verder weg gelegen voorwerpen kleiner worden afgebeeld. In de klassieke perspectief gaat dit niet op in de richtingen evenwijdig aan het tafereel. Bij de methode Flocon is dit wel het geval.



*Albert Flocon*

De Amerikaanse schilder Robert Hansen (docent aan het Occidental College in Los Angeles) heeft een perspectiefmethode ontwikkeld waarbij rechte lijnen niet als cirkelbogen worden weergegeven zoals bij Flocon, maar door parabolen, omdat dit meer overeen komt met wat hij "ziet" of ervaart aan een rechte lijn die zich over een groot gezichtsveld uitstrekt.

Er zijn ook systemen van ruimteafbeelding die helemaal niet pretenderen een zo natuurlijk mogelijke afbeelding op te leveren. Zo is er bijvoorbeeld de inverse perspectief, die vrijwel alle regels van de klassieke perspectief volgt, maar waarbij de verdwijnpunten niet op de horizon vóór de tekenaar liggen maar juist achter hem. Dit levert hele vreemde tekeningen die toch ergens iets met de realiteit te maken hebben: we zien ze namelijk als beelden door de meeste verrekijkers. Er is, en dat is toch interessant, ook een verband van deze inverse perspectief met onmogelijke figuren.



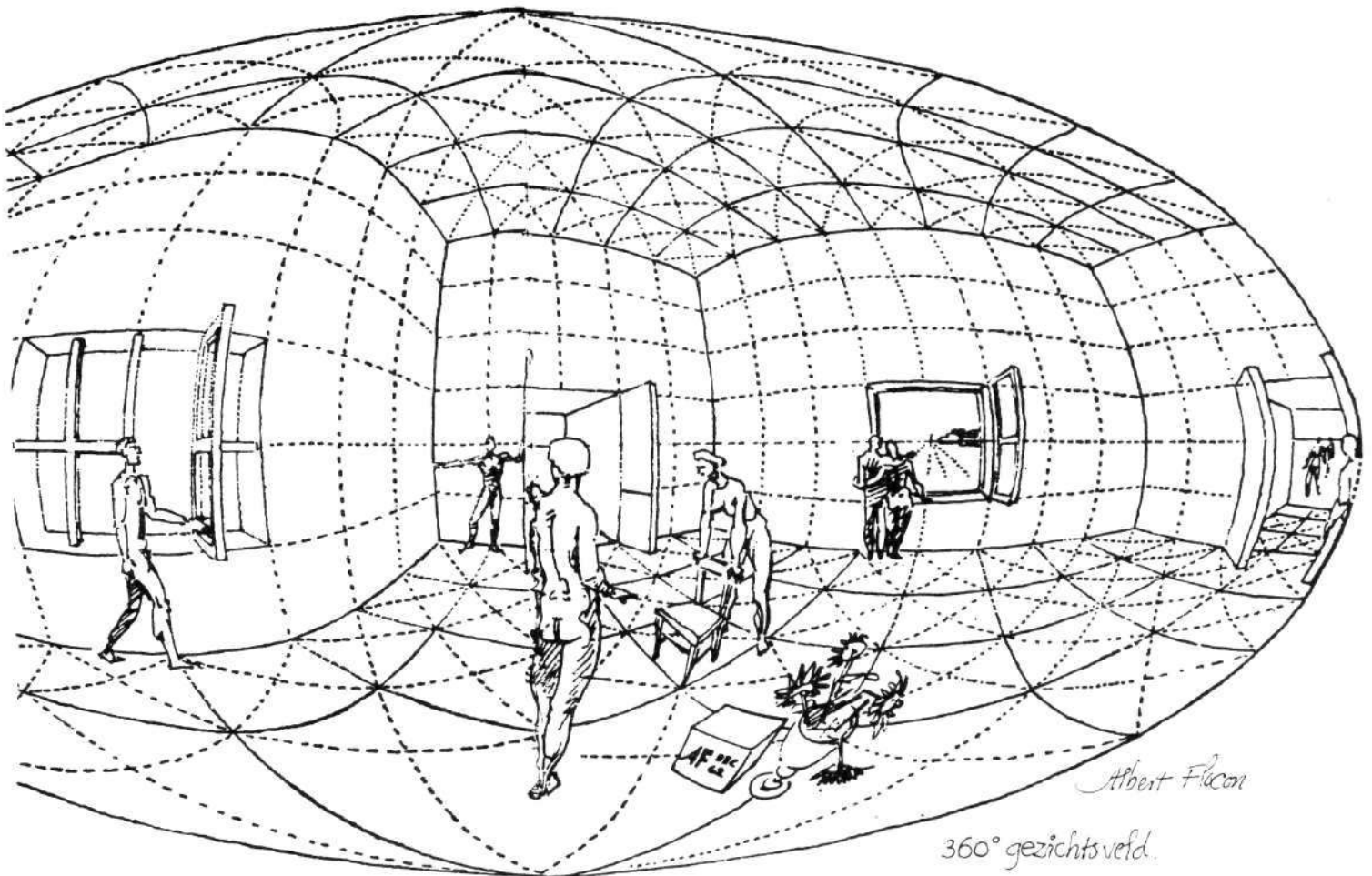
*Inverse Perspectief*

Er zijn ook systematische ruimteafbeeldingen waarbij de wens om af te beelden op een PLAT vlak losgelaten wordt. Heel lang bekend (en reeds door Leonardo gesuggereerd als DE remedie tegen verschillende storende elementen in de afbeeldingen volgens de klassieke perspectief) is het cilindervormige tafereel. In ons land is dit op grootse wijze en overtuigend gepresenteerd in het Panorama Mesdag in Den Haag. Een tiental jaren geleden is de Amerikaanse schilder Dick Termes

begonnen met het gebruik van een hele bol om de totaalruimte rondom ons af te beelden (360° naar alle kanten). Hij beschil- dert de buitenkant van de bollen en deze worden ook van bui- ten bekeken. Daarbij treedt een interessant verschijnsel op: het lijkt of wij omringd zijn door de wereld die op de bol is afgebeeld en als de bol draait lijkt het of wijzelf in de ruimte rondraaien.

Tot slot wil ik nog even aanstippen, dat er ook nieuwe ex- perimenten gedaan zijn met ruimteafbeelding door middel van fotografie, met speciale groothoeklenzen en ook met het maken van fotocollages.

De perspectief(de klassieke) is altijd beschouwd als een gebied waar wiskunde en kunst elkaar ontmoeten. Zeker mogen we dit ook stellen voor alle nieuwe experimenten van ruimte- afbeelding, waarvan er hiervoor enkele genoemd zijn. Een totaaloverzicht van wat er op dit gebied op de wereld gebeurt is er niet; een exposé, ook in de vorm van een tentoonstelling, zou zeker de belangstelling van velen wekken. Op het ogenblik heeft Ars et Mathesis nog te weinig gegevens over deze perspectiefexperimenten en te weinig medewerkers, om dit thema uit te werken.





==== ARS ET MATHESISDAG 1988 =====

Zoals in het vorig nummer van Arthesis reeds werd aangekondigd zal de Ars et Mathesisdag 1988 gehouden worden op

ZATERDAG 27 AUGUSTUS 1988 van 11 uur tot 16 uur  
HEDENDAAGSE KUNST, Achter de Dom 14 te Utrecht.

Het hoofdthema van de dag is Wiskunde en Muziek. 's Morgens spreekt prof. dr J. van de Craats. Hij stelt zich voor over de structuur van toonsoorten te spreken, als inleiding schrijft hij ons: Meestal associeert men de namen van Pythagoras, Christiaan Huygens en Leonard Euler niet direct met muziek. Toch hebben deze wiskundigen belangrijke bijdragen geleverd aan de muziektheorie. Met name de constructie van toonsystemen in Eulers "Tentamen Novae Theoriae Musicae" (Proeve van een nieuwe muziektheorie) uit 1739 kan als uitgangspunt dienen voor een verklaring van de harmonische grondslag van de muziek van componisten als Bach, Mozart, Beethoven, Schubert en vele anderen. De opbouw van grote- en kleine-terts toonsoorten, hun onderlinge relaties, het moduleren van de ene naar de andere toonsoort, het wordt allemaal begrijpelijk aan de hand van op Eulers theorieën gebaseerde toonschema's.

Tot zo ver de samenvatting van prof. van de Craats. Wanneer men over wiskunde en muziek denkt zou men verder kunnen denken aan de vele en niet altijd verantwoorde beschouwingen over getalmystiek bij iemand als Johan Sebastiaan Bach, maar ook bij andere componisten zijn relaties tussen muziek en wiskunde gelegd, Ik noem alleen maar de uitgave van Obrecht's mis Maria Sart door M. van Crevel (Amsterdam 1964)

In het befaamde boek Gödel, Escher, Bach van D.R. Hofstadter wordt op een geheel ander manier verband tussen wiskunde en muziek gelegd. Natuurlijk kunnen we ook de theorie van Peter Schat "De Toonklok" Amsterdam 1984 noemen. Misschien komt uit de discussie op 27 augustus wel een groep liefhebbers tot stand die een of meer voorbeelden van de relatie wiskunde en muziek wil uitwerken. Natuurlijk is er op 27 augustus weer gelegenheid met elkaar over eigen activiteiten op het gebied van wiskunde en kunst, en dan niet noodzakelijk muzikale kunst, te spreken.

\* \* \* \* \*

De heer Fons de Vogelaire maakte ons opmerkzaam op een tentoonstelling van Keramiek in Osnabrueck. Hij ontdekte in Osnabrueck het werk van Fritz Hein en schreef er over in de uitgave Keramiek van de Nederlandse Vakgroep Keramisten (14-de jaargang februari 1988).

Op dit ogenblik in Leeuwarden (Princessehof) en van 12-8 tot 2-10 in de Lakenhal in Leiden is de tentoonstelling Abstracte

